

**OFPPT**

ROYAUME DU MAROC

مكتب التكوين المهني وإنعاش الشغل

**Office de la Formation Professionnelle et de la Promotion du Travail  
Direction Recherche et Ingénierie de Formation**

**RESUME THEORIQUE  
&  
GUIDE DE TRAVAUX PRATIQUES**

**MODULE N° 11: ECOULEMENT DES FLUIDES**

**SECTEUR : FROID ET GENIE THERMIQUE**

**SPECIALIE : THERMIQUE INDUSTRIELLE**

**NIVEAU : TSTI/TSGC**

**Juillet :**

**2003**

## PORTAIL DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE AU MAROC

Télécharger tous les modules de toutes les filières de l'OFPPT sur le site dédié à la formation professionnelle au Maroc : [www.marocetude.com](http://www.marocetude.com)

Pour cela visiter notre site [www.marocetude.com](http://www.marocetude.com) et choisissez la rubrique :

[MODULES ISTA](#)



The screenshot shows the website's header with a navigation menu: HOME, LIVRES, **MODULES ISTA**, ANNUAIRE ECOLES, DOCTORAT, LETTRE DE MOTIVATION, NOUS CONTACTER, SE CONNECTER. The logo "Maroc Etude.Com" is on the left, and the tagline "Connaissance - Métier - Technique" is on the right. Below the header are links for "Annonces Google", "Emploi Maroc", "Messagerie", "Telecharger Un Jeu", and "Maroc Annonces". A search bar is on the right.

The main content area features a central advertisement for MacKeeper. The ad includes the text "Notre Bibliothèque que ...Livres à Télé charger Gratuitement", "MacKeeper -20%", and "Complete your Purchase Now and save 20% Guaranteed with this Coupon Code". A blue button says "Apply Discount Automatically". Below the ad is the quote: "On ne jouit bien que de ce qu'on partage" [Madame de Genlis].

On the left side, there is a login section titled "Connexion" with fields for "Identifiant" (containing "sniper") and "Mot de passe", and a "Connexion" button. Above it are links for "Annonces Google", "Annonces Emploi Maroc", "Jeux Telecharger Gratuit", and "Jeux PC En Ligne".

On the right side, there is a sidebar with "Annonces Google" and a list of links: "Jeu De Jeux", "Jeux Sur Internet", "Ecole Ingénieur", "Dépanner et configurer votre réseau à domicile", "(Outil de Diagnostic)", "Wi-Fi / Ethernet", "Console de jeu", "Imprimante", and "Messagerie".

**REMERCIEMENTS**

La DRIF remercie les personnes qui ont participé ou permis l'élaboration de ce Module de formation.

Pour la supervision :

**GHRAIRI RACHID :** Chef de projet du Secteur Froid et Génie Thermique

**BOUJNANE MOHAMED :** Coordonnateur de C D C du Secteur Froid et Génie Thermique

Pour l'élaboration :

**Madame NASSIM Fatiha** ISGTF DRGC

Pour la validation :

- **Mme MARFOUK Aziza** : Formatrice à l'ISGTF
- **Mme BENJELLOUNE Ilham** : Formatrice à l'ISGTF
- **MR :M'Hamed EL KHATTABI** : Formateur à l'ISGTF
- **MR NASSIM Fatiha** : Formatrice à l'ISGTF
- 

**Les utilisateurs de ce document sont invités à communiquer à la DRIF toutes les remarques et suggestions afin de les prendre en considération pour l'enrichissement et l'amélioration de ce programme.**

**Monsieur Said SLAOUI  
DRIF**

Sommaire	Page
<i>Présentation du module</i>	4
<i>Résumé de théorie</i>	8
<i>I . Elément d'introduction à la mécanique des fluides</i>	
<i>I.1 Définition d'un fluide.</i>	
<i>I.2 Liquides et gaz.</i>	
<i>I.3 Forces de volumes-forces de surface.</i>	
<i>II . Statique des fluides.</i>	11
<i>II.1 Pression en un point du fluide.</i>	
<i>II.2 Loi fondamentale de la statiques des fluides incompressibles.</i>	
<i>II.3 Applications</i>	
<i>II.4 Théorème d'Archimède (Equilibre des corps flottants).</i>	
<i>III . Ecoulement permanent d'un fluide par fait incompressible.</i>	18
<i>III. 1 Ligne de courant (trajectoire)</i>	
<i>III. 2 Equation de continuité ou équation de conservation de masse.</i>	
<i>III. 3 Théorème de Bernoulli (théorème de l'énergie cinétique)</i>	
<i>III. 4 Théorème de Bernoulli généralisé.</i>	
<i>III.5 Théorème de la quantité de mouvement.</i>	
<i>IV. Ecoulement permanent d'un fluide visqueux incompressibles.</i>	38
<i>IV.1 Ecoulement d'un fluide visqueux</i>	
<i>IV.2 Ecoulement laminaire – écoulement turbulent</i>	
<i>IV.3 Equation Bernoulli dans le cas de l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible.</i>	
 <i>IV.4 Détermination des pertes de charge.</i>	
<i>V. Machines hydrauliques</i>	
<i>V.1 Pompes</i>	
<i>V.2 Ventilateurs</i>	
<i>Résumés de travaux pratiques</i>	68
<i>Evaluation de fin de module</i>	
<i>Liste bibliographique</i>	

**Présentation du module**

- *le module de l'écoulement des fluides représente le 7<sup>ème</sup> module du programme d'étude de la thermique industrielle.*
- *Les objectifs visés par l'étude de ce module sont :*
  - ✿ *la connaissance des propriétés d'un fluide.*
  - ✿ *La description de l'état des fluides au repos.*
  - ✿ *La description de l'état des fluides en écoulement*
  - ✿ *La définition des pertes de charges.*
  - ✿ *La connaissance des différentes machines hydrauliques.*
- *le module est de 90 heures : la partie théorique occupe 50 heures, les travaux dirigés : 40 heures.*
- *Le contenu du module permet une progression suffisamment lente pour que toute difficulté puisse être surmontée.*

**MODULE 7 : ECOULEMENT DES FLUIDES**

Durée : 90 heures

**OBJECTIF OPERATIONNEL DE PREMIER NIVEAU  
DE COMPORTEMENT****Comportement attendu***Pour démontrer sa compétence, le stagiaire doit :***Comprendre le fonctionnement des machines industrielles :****Pompes, turbines hydrauliques , ventilateurs, selon les conditions, les critères et les précisions qui suivent :****Conditions d'évaluation :**

- A partir des consignes données par le formateur.
- A l'aide de la documentation technique donnée par le formateur.
- A partir de mises en situation.

**Critères généraux de performance.**

- Connaissance correcte des différentes lois de la mécanique des fluides.
- Etablissement exact du diagnostic des machines hydrauliques.

**précisions sur  
le comportement attendu****Critères particuliers de  
performance**A- Connaître les propriétés  
d'un fluide

- Définition correcte d'un fluide.
- Définition exacte des forces exercées sur un fluide.

B- Décrire l'état des fluides au repos

- Connaissance exacte de la loi fondamentale de la statique.

C- Décrire l'état des fluides en écoulement

- Connaissance exacte de la loi de Bernoulli
- Connaissance exacte de la loi de Bernoulli généralisée

D- Définir les pertes de charges  
charges

- Définition correcte des pertes de charges
- Connaissance correcte de l'utilisation des abaques des pertes de charge.

E- Connaître les différentes  
machines hydrauliques

- Connaissance correcte des caractéristiques d'une pompe.
- Connaissance correcte des caractéristiques d'un ventilateur.

**Champs d'application de la Compétence :***Domaines utilisant des fluides*

**OBJECTIFS OPERATIONNELS DE SECOND NIVEAU**

LE STAGIAIRE DOIT MAITRISER LES SAVOIRS, SAVOIR-FAIRE , SAVOIR PERCEVOIR OU SAVOIR ÊTRE JUGES PREALABLES AUX APPRENTISSAGES DIRECTEMENT REQUIS POUR L'ATTEINTE DE L'OBJECTIF DE PREMIER NIVEAU TELS QUE :

**\* Avant d'apprendre à connaître les propriétés d'un fluide (A) :****\* Avant d'apprendre à décrire l'état des fluides au repos (B) :**

1- Décrire l'état d'équilibre d'un corps.

**\* Avant d'apprendre à décrire l'état des fluide en écoulement (C) :**

2-Définir une trajectoire.

3-Etablir le théorème de l'énergie cinétique.

**\* Avant d'apprendre à définir les pertes de charges (D) :**

4-Connaître les différents régimes d'écoulement .

**\* Avant d'apprendre à connaître les différentes machine hydrauliques (E) :**

5- Définir le rôle d'une pompe.

6- Définir les caractéristiques d'une pompe.

7- Définir les caractéristiques d'un ventilateur.

**MODULE N°-7 :**

**ECOULEMENT DES FLUIDES  
RESUME THEORIQUE**



**Objectif I : CONNAITRE LES PROPRIETES D'UN FLUIDE****I.1 DEFINITION D'UN FLUIDE :**

Un fluide est un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité, qui peut s'écouler c.-à-d. subir de grandes variations de forme sous l'action de faibles forces.  
Parmi les fluides on distingue les liquides et les gaz.

**I.2.LIQUIDES ET GAZ :**

Les propriétés physiques les plus importantes au point de vue mécanique sont : l'isotropie, la mobilité, la viscosité, la compressibilité.

Les fluides que nous étudierons seront isotropes, c.-à-d. que leurs propriétés seront identiques dans toutes les directions de l'espace.

Ils seront mobiles, c.-à-d. qu'ils n'auront pas de forme propre ; ils occupent la forme du récipient qui les contient.

Mais la déformation peut s'accompagner ou non d'une résistance : dans le premier cas le fluide est visqueux ou (fluide réel) et parfait dans le second.

La compressibilité permet de distinguer les liquides des gaz.

- Un liquide est un fluide occupant un volume déterminé, ou du moins ce volume ne peut varier que très peu , et seulement sous l'action de fortes variations de pression ou de température .

En général pour un liquide, le principe de conservation de la masse se ramène à celui de la conservation du volume.

Donc liquide incompressible  $V(\text{m}^3/\text{Kg})$  et  $\rho = 1/V$  ; sont constants .

- Un gaz au contraire occupe toujours le volume maximal qui lui est offert : c'est un compressible (ou expansible)

**I.3.FORCES DE VOLUME. FORCES DE SURFACE :**

Pour traiter un problème de mécanique des fluides, on isole par la pensée toutes les particules qui se trouvent à un instant donné à l'intérieur d'une surface fermée  $S$  .

Et on applique les principes généraux de mécanique et de thermodynamique à cette masse fluide . par ailleurs, on peut classer les forces qui agissent sur les particules situées à l'intérieur de  $S$  en deux catégories suivantes :

**- Forces intérieures :**

Les particules intérieures à  $S$  exercent les unes sur les autres des forces intérieures (forces moléculaires) égales et opposées deux à deux (principe de l'égalité de l'action et de la réaction ) et qui forment par conséquent un système équivalent à zéro.

- Forces extérieures :

- 1) Les particules extérieures à  $S$  exercent sur les particules intérieures à  $S$  des forces extérieures (Forces moléculaires). Comme cette action sont limitées aux particules très voisines de  $S$ , on suppose qu'elles s'exercent uniquement sur les particules de les sur face  $S$  et on les on les appelle forces de surface (elles sont proportionnelles aux élément de surface).
- 2) Les champs de force (de pesanteur, magnétique, électrique, etc....) exercent sur les particules intérieures à  $S$  des actions à distance qui sont proportionnelles aux éléments de volume.

Ce sont les forces de volume (on va considérer seules les forces de pesanteur).

**Objectif II : STATIQUE DES FLUIDES**  
**PRESSION EN UN POINT DU FLUIDE.**

**II.1. PRESSION EN UN POINT DU FLUIDE :**

Le fluide est au repos, en équilibre, et en un point de ce milieu continu nous isolons un tétraèdre infiniment petit .

- longueur des arrête :  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$
- volume du tétraèdre :

$$1/6 . \Delta x . \Delta y . \Delta z = 1/2 . \Delta x . \Delta y . 1/3 \Delta z.$$

Sur chacune des faces ne peut exister qu'une force normale à la face est dirigée vers la face (effort normal de compression).

Les forces de frottement négligeables : fluide parfait.

Equilibre du tétraèdre :

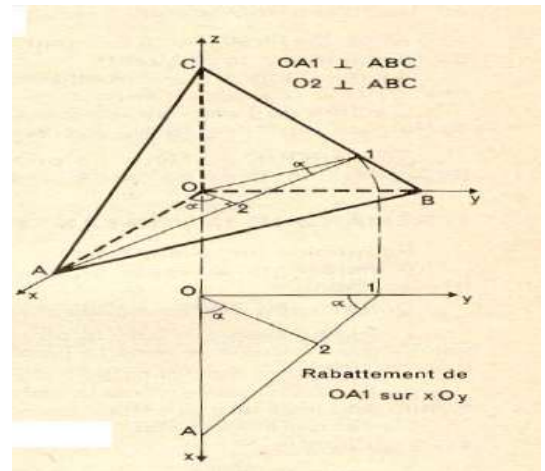
Si  $P_x$  est la pression normale s'exerçant sur la face OBC. de surface  $S_x = (\Delta y . \Delta z) . 1/2$

La force de pression est :  $P_x . S_x$

Sur la face OAC :  $P_y . S_y$

// // OAB :  $P_z . S_z$

// // ABC :  $P . S$



L'équation de projection sur  $ox$  s'écrit :

$$P_x . S_x - \text{projection de } P . S = 0$$

Soit  $\alpha$  l'angle que fait la force  $P . S$  avec  $ox$

C'est aussi l'angle qui fait la face ABC avec le plan  $yoz$  perpendiculaire à  $ox$ .

$$\text{Donc : } P_x . S_x - PS \cos \alpha = 0$$

$$S_x = S . \cos \alpha$$

$$\text{Nous obtenons } P_x . S . \cos \alpha - PS \cos \alpha = 0$$

$$P = P_x$$

Même raisonnement et calcul pour les autres projections

$$\text{Donc } P = P_y \qquad P = P_z$$

Enfinement :  $P = P_x = P_y = P_z$

Conclusion :

- Quelle que soit l'orientation de la facette ABC autour du point O la pression du fluide sur cette facette reste la même.
- Si le fluide est en mouvement, quel que soit ce mouvement, la pression P est indépendante de l'orientation de la facette autour du point considéré.

**II.2. LOI FONDAMENTALE DE LA STATIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES :**

Dans un liquide au repos , on imagine un cylindre de liquide de section droite très petite  $\Delta S$  et de longueur  $h$  , le cylindre à son axe vertical.

En 1 on a la force de pression  $P_1 \Delta S$

En 2 // // //  $P_2 \Delta S$

Poids :  $P = m g$

Volume :  $V = h . \Delta S$  ;  $\rho = m/v$  ;  $m = \rho . V$

$m = h . \Delta S . \rho . g$

Poids :  $P = h . \Delta S . \rho . g$

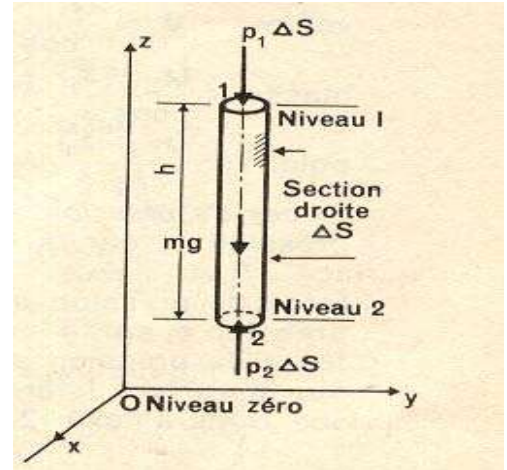
Les forces de pression latérales auront une projection

Equation de projection sur oz :

$$-h . \Delta S . \rho . g + P_2 \Delta S - P_1 \Delta S = 0$$

$$P_2 = P_1 + \rho g h$$

$N / m^2$



**Généralisation de la loi fondamentale de la statique :**

Le cylindre a toujours sa section droite  $\Delta S_d$  très petite (fig. 2). Les sections d'extrémités ne sont pas nécessairement des sections droites, mais si  $z_1$  et  $z_2$  sont les altitudes des centres par rapport à l'altitude zéro :

volume :  $V = \frac{(z_1 - z_2)}{\cos \beta} \Delta S_d$

masse :  $\frac{(z_1 - z_2)}{\cos \beta} \Delta S_d . \rho$

poids :  $\frac{(z_1 - z_2)}{\cos \beta} \Delta S_d . \rho . g$

Forces de pression :

pression  $p_1$  sur la facette de surface  $\Delta S_1$  :

force de pression  $p_1 . \Delta S_1$ , faisant l'angle  $\alpha_1$  avec l'axe 12 ;

pression  $p_2$  sur la facette  $\Delta S_2$  :

force de pression  $p_2 . \Delta S_2$ , faisant l'angle  $\alpha_2$  avec l'axe 12 ;

sur la surface latérale du cylindre la pression en un point est normale à la surface, donc à l'axe 12. Toute projection sur 12 est nulle.

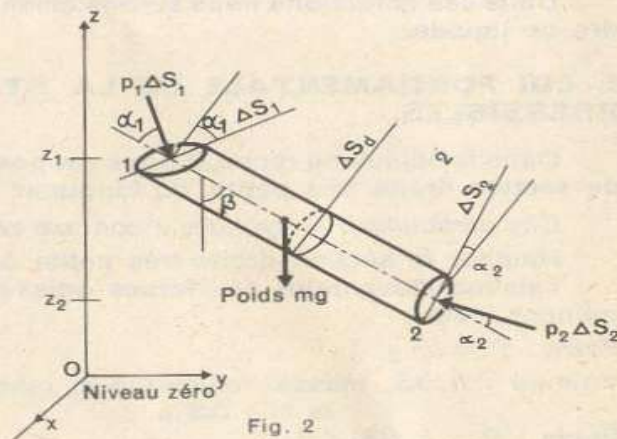


Fig. 2

Equation de projections sur l'axe 12 :

$$-\rho \cdot g \frac{(z_1 - z_2)}{\cos \beta} \Delta S_d \cos \beta + p_2 \cdot \Delta S_2 \cos \alpha_2 - p_1 \cdot \Delta S_1 \cos \alpha_1 = 0$$

Or :  $\Delta S_1 \cos \alpha_1 = \Delta S_d$      $\Delta S_2 \cos \alpha_2 = \Delta S_d$

Finalement :

$$-\rho \cdot g(z_1 - z_2) + p_2 - p_1 = 0$$

$$p_2 = p_1 + \rho \cdot g(z_1 - z_2) \quad \text{N/m}^2$$

Si nous désignons par  $h$  la différence des altitudes ( $z_1 - z_2$ ), nous retrouvons l'expression :  $p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h$ .

Si nous désignons par  $h$  la différence des altitudes ( $z_1 - z_2$ ) on retrouve l'expression :

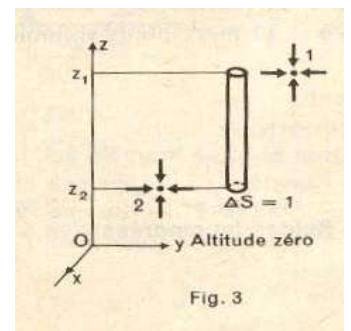
$$P_2 = P_1 + \rho g h$$

### **Conclusion :**

Considérons deux points 1 et 2 quelconques dans le milieu continu liquide au repos, points définis par leur seule altitude (ou cote, ou niveau)  $z_1$  et  $z_2$  par rapport à une altitude de référence zéro.

Nous écrivons  $P_2 = P_1 + \rho g (z_1 - z_2)$      $\text{N/m}^2$

1.  $P_1$  et  $P_2$  sont les pressions tout autour des points 1 et 2.
2.  $(z_1 - z_2)$  peut être positive ou négative.
3. Le groupe  $\rho g$  ( $\text{N/m}^3$ ) représente le poids de l'unité de volume.
4. Le groupe de termes  $\rho g (z_1 - z_2)$  représente en valeur absolue, le poids d'une colonne verticale de liquide par unité de surface, donc une pression.



**II. 3 APPLICATION :**

1) Quelle est la forme géométrique de surface libre d'un liquide en contact avec l'air atmosphérique ?

- en tous points de la surface libre , 1et 2 par exemple :

$$P_2 = P_1 + \rho g (z_1 - z_2)$$

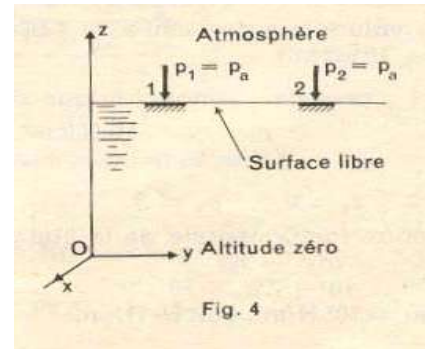
Or  $P_2 = P_1 = P_a = Cte$

Donc  $0 = \rho g (z_1 - z_2) \quad z_1 = z_2$

Ou  $z_1 = z_2 = Cte$

Tous les points de la surface libre ont même cote, ils appartiennent à un même plan horizontal.

Le même raisonnement appliqué aux vases communiquant .



$$z_1 = z_2 = z$$

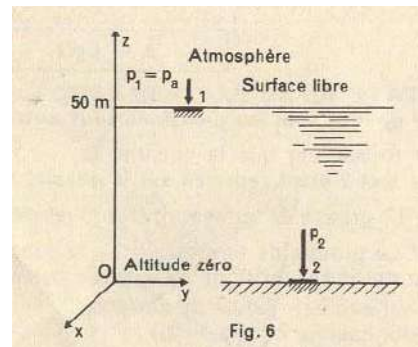
2) barrage- réservoir de profondeur 50 m : quelle est la pression de l'eau sur le sol, fond du réservoir ?

$\rho_{eau} = 1000 \text{ Kg/m}^3 \quad g = 10 \text{ m/s}^2$

Point 1 :  $P_1 = P_a = 10^5 \text{ N/m}^2$

$Z_1 = 50 \text{ m}$

Point 2 :  $Z_2 = 0 \quad P_2 = ?$



L'équation fondamentale de la statique des fluides incompressibles :

S'écris :  $P_2 = P_1 + \rho g (z_1 - z_2)$

$$P_2 = 10^5 + 10^4 \cdot 50 = 60 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

3) Pression et poussée sur le fond horizontal d'un récipient.

Point 1 :  $P_1 = P_a = 10^5 \text{ N/m}^2$

$Z_1 = 0.4 \text{ m}$

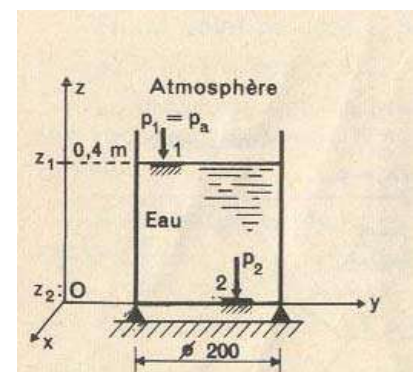
Point 2 :  $Z_2 = 0 \quad P_2 = ?$

Liquide : eau :  $\rho_{eau} = 1000 \text{ Kg/m}^3 \quad g = 10 \text{ m/s}^2$

$$P_2 = P_1 + \rho g (z_1 - z_2) = 10^5 + 10 \cdot 10^3 \cdot 0.4 = 10.4 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$P_2 = 10.4 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

Cette pression est indépendante de la forme du récipient et du volume de liquide qu'il contient.





Ainsi dans le cas de la figure ci-contre ,  
Il suffit d'un faible volume d'eau pour faire passer  
La cote du point 1 de 0.4 à 0.8 m

La pression est alors :

$$P_2 = 10 \cdot 10^4 + 10^4 \cdot 0.8 = 10.8 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

Poussée sur le fond de diamètre  $d = 200 \text{ mm}$ .

Chaque élément du fond horizontal est soumis à la pression  
côté eau :

$$P_2 = 10.4 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

Côté air :

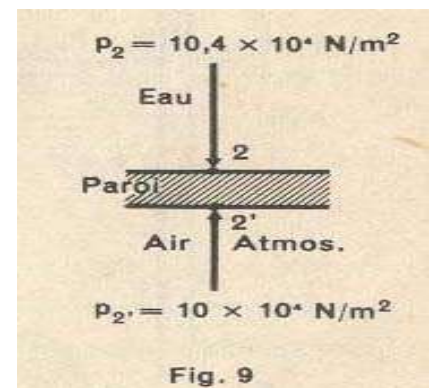
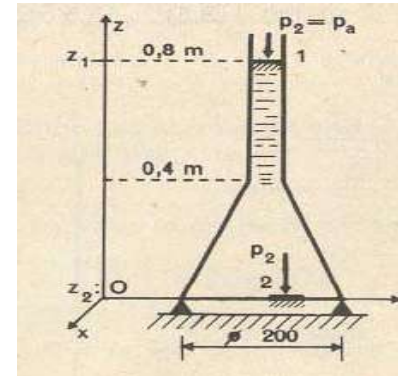
$$P_2' = 10 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

La différence des pressions, appelé pression effective sur la paroi  
Est donc.

$$P_{\text{eff}} = P_2 - P_2' = P_2 - P_a \\ = 0.4 \text{ N/m}^2$$

l'expression  $P_{\text{eff}}$  n'a pas de sens , la pression qui s'exerce sur une  
facette est  $P = P_2$

pression absolue du liquide contre la facette.



## 4. Tube barométrique :

Appliquons la loi fondamentale de la statique au tube barométrique bien connu (fig. 1).

Point 1 :  $p_1 = 0$  (vide),  $z_1 = h$ .

Point 2 :  $p_2 = p_a$ , pression atmosphérique du moment  
 $z_2 = 0$

$$p_2 = p_1 + \rho \cdot g(z_1 - z_2) \quad p_2 = \rho \cdot g \cdot h$$

avec  $\rho$  (mercure) = 13 600 kg/m<sup>3</sup>,  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>,

$$\rho \cdot g = 133\,000 \text{ N/m}^3.$$

Si  $h = 760$  mm, soit 0,76 m, nous obtenons :

$$p_a = 133\,000 \times 0,76 = 10,13 \times 10^4 \text{ N/m}^2, \text{ soit } 10,13 \text{ N/cm}^2,$$

**pression atmosphérique normale.**

Nous savons que 1 mbar = 100 N/m<sup>2</sup> :  $p_a = 1\,013$  mbar.

Il est donc possible d'exprimer une pression, ici pression atmosphérique, non pas en N/m<sup>2</sup> ou Pa, mais par la hauteur d'une colonne de mercure : pression atmosphérique normale 10,13 N/cm<sup>2</sup>,  $10,13 \times 10^4$  N/m<sup>2</sup>, 1 013 mbar, 760 mm de mercure.

Il est fort simple de dire : pression atmosphérique du moment ;  $p_a = 750$  mm de mercure, mais ne pas oublier qu'il s'agit de la pression à la base d'une colonne verticale de mercure de hauteur  $h = 750$  mm, de section unité de surface, conséquence du seul poids de cette colonne, puisque la pression sur sa section supérieure est nulle.

**EXEMPLES.**

1° On parle souvent en aérodynamique de pression exprimée en mm de hauteur d'eau.

A quelle pression, exprimée en N/m<sup>2</sup>, correspond 1mm de hauteur d'eau ?

$$p = \rho \cdot g \cdot h, \text{ avec } \rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3, g \approx 10 \text{ m/s}^2, \rho \cdot g = 10^4 \text{ N/m}^3$$

$$p = 10^4 \times 10^{-3} = 10 \text{ N/m}^2$$

Il est commode ici de se représenter un volume de 1 dm<sup>3</sup> d'eau recouvrant une surface 1 m<sup>2</sup>.

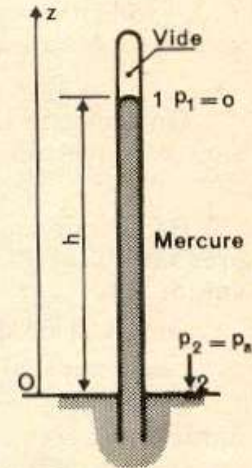


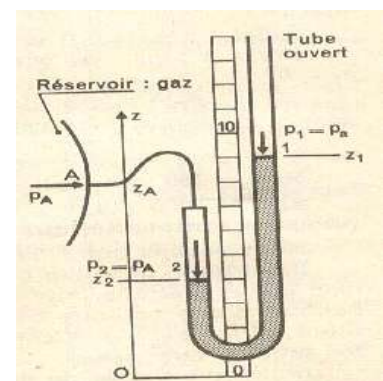
Fig. 1

5°) tube manométrique ouvert à l'atmosphère :

Il s'agit de mesurer la faible pression d'un gaz dans un réservoir : tube en U.

point 1 :  $P_1 = P_a$ ,  $z_1$  obtenu par lecture.

point 2 :  $P_2 = P_A$  (pression du gaz dans le réservoir,  $z_2$  obtenu par lecture)





$$P_2 = P_A = P_a + \rho g (z_1 - z_2)$$

Cela est vrai s'il s'agit de mesure de la faible pression d'un gaz sinon il faudrait écrire :

$$P_2 = P_A + \rho'g (z_A - z_2) = P_a + \rho g (z_1 - z_2)$$

$\rho'$  (masse volumique du gaz dans la réserve).

**II-4 Théorème d'Archimède :**

On isole un volume  $V$  de liquide , il est soumis au poids  $P$ , appliquée au centre de gravité, et au résultante des forces de pression  $F$  exercées par le liquide voisin sur chaque élément de surface  $\Delta S$ .

En point 2 :  $P_2 = P_1 + \rho g (z_1 - z_2)$

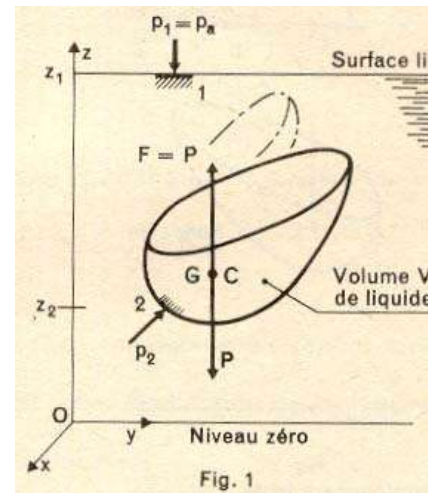
Force élémentaire de pression :

$$\Delta F = P_2 \Delta S$$

Résultantes des forces de pression :  $F = \Sigma P_2 \Delta S$

Equation de projection sur Oz :

$$F - P = 0 \Rightarrow F = P$$



Imaginons le volume précédent du liquide  $V$  occupé par un solide de masse volumique différente du liquide on tire le théorème suivant :

Masse 1 kg, avec  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ , poids  $1 \times 10 = 10 \text{ N}$ , d'où la pression, conséquence de ce seul poids =  $10 \text{ N/m}^2$ .

2° Par quelle hauteur d'eau exprimerait-on la pression atmosphérique normale ?

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

$$\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3, g = 9,8 \text{ m/s}^2, \rho \cdot g = 9,8 \times 10^3 \text{ N/m}^3, p = 10,13 \times 10^4 \text{ N/m}^2.$$

Nous obtenons :

$$h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{10,13 \times 10^4}{9,8 \times 10^3} = 10,33 \text{ m de hauteur d'eau}$$

Si  $\rho$  (solide) >  $\rho$  (liquide)  $F > P$

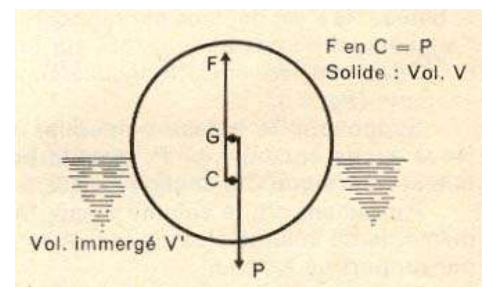
le solide est sollicité vers le bas par la force  $P - F$ .

\* Si  $\rho$  (solide) <  $\rho$  (liquide)  $P < F$

le solide est sollicité vers le haut par la force  $F - P$

**Equilibre des corps flottants :**

Etudions l'équilibre d'un corps homogène



qui est une sphère .

**condition nécessaire :**

$\rho$  (solide)  $<$   $\rho$  (liquide)

le solide isolé, en équilibre, est soumis à :

poinds du solide  $P = \rho_s \cdot V \cdot g$  appliqué en G.

Poussée  $F$  du liquide sur la surface immergée du solide, équation d'équilibre :  $P = F$

Soit  $V'$  le volume immergé du solide, donc volume du liquide déplacé :

$F = \rho_L V' \cdot g$ , appliquée en C , centre de gravité du volume  $V'$

On oublie :  $\rho_s \cdot g \cdot V = \rho_L \cdot g \cdot V'$

Volume immergé :  $V' = (\rho_s / \rho_L) \cdot V$

Prenons le cas d'une sphère telle que le rapport des masses volumique = 1/2

$$\text{Donc } V' = V/2$$

**Objectif III : Ecoulement permanent d'un fluide parfait incompressible**

**Déf** : un écoulement est dit permanent si tous les paramètres restent constants dans le temps (dans un pt donné).

**III.1. Ligne de courant (trajectoire) :**

La ligne de courant est tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse en ce point.

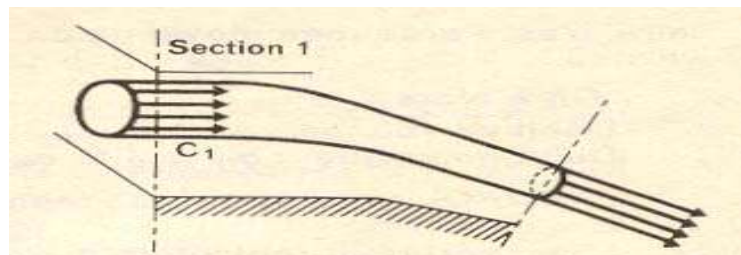
Dans un écoulement permanent, la vitesse est indépendante du temps par conséquent, les lignes de courant restent elles même inchangées dans le temps, elles sont confondues avec les trajectoires des particules.

- **Tube de courant :**

Ensemble des lignes de courant passant par une courbe fermée.

Les sections droites du tube sont assez petites pour que l'on puisse considérer, dans une section, une même vitesse de toutes les particules.

Dans un écoulement permanent, le tube de courant reste inchangé dans le temps.



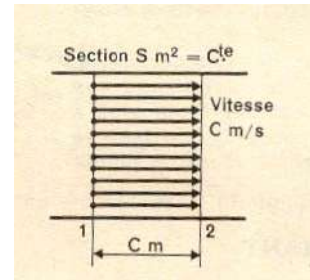
- **Débit en volume, débit massique :**

Considérons une conduite de section  $S$ , l'écoulement est permanent la vitesse  $C$  ne varie pas avec le temps.

Les particules sont arrivées en 2 pendant le temps  $dt$  après avoir parcouru la distance  $d$ .

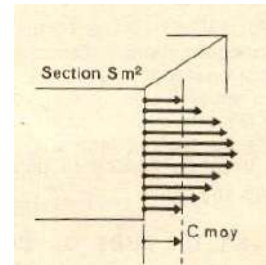
Débit en volume :  $q_v = S.C$  ( $m^3/s$ )

Debit massique :  $q_m = \rho.S.C$  ( $kg/s$ )  
 $= \rho. q_v$  ( $kg/s$ )



$\rho$  est la masse volumique du liquide.

Supposons une répartition des vitesses données par la figure ci-contre.



Si  $C_m$  est la vitesse moyenne, on a alors :

Débit volumique :  $q_v = S.C_m$

Débit massique :  $q_m = \rho.S.C_m$

**Exemple :**

Le temps de remplissage d'un récipient de volume  $V = 10 \text{ dm}^3$  est  $t = 20 \text{ s}$ .

L'eau sort d'un robinet de diamètre  $d = 15 \text{ mm}$ .

Quelle la vitesse de l'eau dans la section de sortie du robinet ?

$$\text{Section } S = \pi \frac{d^2}{4} = 3,14 \frac{(1,5)^2}{4} = 1,76 \text{ cm}^2$$

$$\text{debit en volume: } q_v = \frac{V}{t} = \frac{10^4}{20} = 500 \text{ cm}^3/\text{s}$$

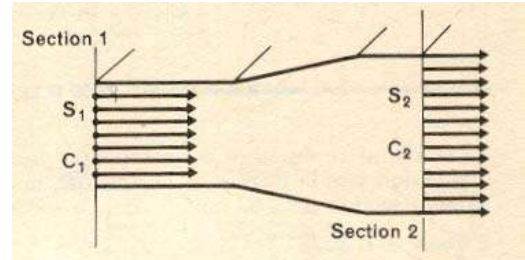
$$C = \frac{q_v}{S} = \frac{500}{1,76} = 284 \text{ cm/s} \text{ soit } 2,84 \text{ m/s}$$

**III.2. Equation de continuité ou équation de conservation de masse :**

La section de la conduite représentée est variable c'est le cas général du tube de courant.

L'écoulement est permanent, pendant un temps donné 1s, 2s, 1h, le volume, la masse de liquide, a traversé une section quelconque de la conduite. Donc on peut écrire :

Débit volumique :  $q_v = S_1 C_1 = S_2 C_2$   
 Débit massique :  $q_m = \rho \cdot S_1 C_1 = \rho \cdot S_2 C_2$



**III. 3 Théorème de Bernoulli (théorème de l'énergie cinétique) :**

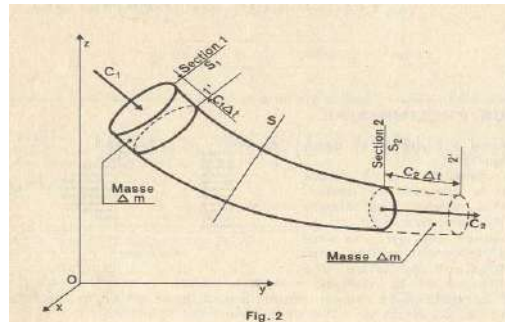
Le théorème de Bernoulli est, en mécanique des fluides d'une importance exceptionnelle.

Considérons une conduite ou tube de courant

Système étudié : le liquide compris entre les sections 1 et 2 du tube

Vitesse  $C_1$  dans toute la section 1  
 Vitesse  $C_2$  dans toute la section 2

Pendant le temps  $\Delta t$  : les particules  
 De la section 1 sont venus en 1' ;  
 Les particules de la section 2 sont  
 Venus en 2'.



Le volume et masse de liquide

Compris, d'une part entre 1et 1', d'autre part entre 2 et 2', sont égaux :

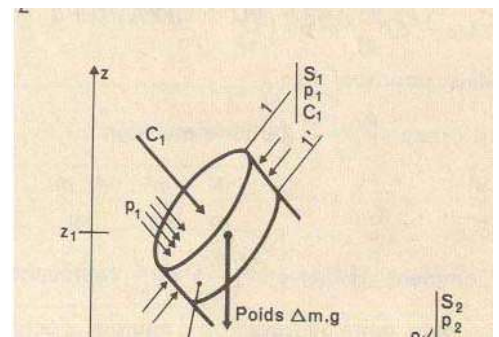
$$\Delta m = \rho S_1 C_1 \Delta t = \rho S_2 C_2 \Delta t$$

Considérons une section S quelconque dans le volume de liquide compris entre 1' et 2.  
 Le liquide est parfait, pas de forces de frottement et pas de travail des forces de frottement.

Appliquons alors le théorème de l'énergie cinétique pendant le temps  $\Delta t$  qui fait passer la masse  $\Delta m$  de 1- 1' à 2- 2'.

Variation de l'énergie cinétique de la masse  $\Delta m$  pendant le temps  $\Delta t$  = travail des forces extérieure pendant ce même temps  $\Delta t$ .

Variation d'énergie cinétique :  $1/2 \Delta m (C_2^2 - C_1^2)$



Forces extérieures :

- Sur les extrémités du tube de courant on a les forces de pression  $P_1 S_1$  et  $P_2 S_2$
- Sur la face latérale du tube :  
Forces de pression normales à la surface.
- Poids :  $\Delta m g$  qui passe de la côte  $z_1$  à la côte  $z_2$

Travail des forces extérieures :

Convention du signe :

Signe + lorsque le système reçoit du travail du milieu extérieur.

Signe - lorsque le système fournit du travail au milieu extérieur.

Travail :

De la force  $P_1 S_1$  :  $P_1 S_1 C_1 \Delta t$  ( $C_1 \Delta t$  : chemin par courue)

De la force  $P_2 S_2$  :  $P_2 S_2 C_2 \Delta t$

De la force latérales : zéro, forces normales au déplacement.

Du poids :  $\Delta m g (z_1 - z_2)$

Ecrivons donc :

$$\frac{1}{2} \Delta m (c_2^2 - c_1^2) = (p_1 \cdot S_1 \cdot c_1 - p_2 \cdot S_2 \cdot c_2) \Delta t + \Delta m \cdot g (z_1 - z_2)$$

L'équation de continuité, écrite plus haut, nous donne :

$$\Delta t = \frac{\Delta m}{\rho \cdot S_1 \cdot c_1} = \frac{\Delta m}{\rho \cdot S_2 \cdot c_2}$$

$$\frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) = \frac{p_1 \cdot S_1 \cdot c_1}{\rho \cdot S_1 \cdot c_1} - \frac{p_2 \cdot S_2 \cdot c_2}{\rho \cdot S_2 \cdot c_2} + g (z_1 - z_2)$$

Nous obtenons finalement l'équation de Bernoulli :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$$



Justifions les unités mentionnées :

$\left(\frac{m}{s}\right)^2$  puisque le groupe  $\frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2)$  représente le carré d'une vitesse, ainsi que  $g(z_2 - z_1) \frac{m}{s^2} \cdot m$  ou  $\left(\frac{m}{s}\right)^2$

Mais, pourquoi J/kg ?

Le groupe  $\frac{p_2 - p_1}{\rho}$  a pour dimension :

$$\frac{N}{m^2} \cdot \frac{m^3}{kg} = \frac{N \cdot m}{kg} = J/kg$$

Comment justifier que  $\left(\frac{m}{s}\right)^2$  et  $\frac{J}{kg}$  représentent une même dimension ?

Le joule, unité de travail ou d'énergie, s'écrit :

$J = N \cdot m$  avec  $N = kg$  (masse)  $\frac{m}{s^2}$  (accélération)

$$J = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m = kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$$

et  $J/kg = \left(\frac{m}{s}\right)^2$

Signification physique de l'équation de BERNOULLI :

$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$	J/kg
<p><b>Variation de l'énergie potentielle due à la variation de pression</b></p>	<p><b>Variation de l'énergie cinétique due à la variation de la vitesse</b></p>
<p><b>Variation de l'énergie potentielle due à la variation d'altitude</b></p>	

Deuxième forme :

$$(p_2 - p_1) + \frac{\rho}{2} (c_2^2 - c_1^2) + \rho \cdot g(z_2 - z_1) \quad \text{N/m}^2$$

$(P_2 - P_1)$  : variation de la pression statique.

$\rho/2 (C_2^2 - C_1^2)$  : variation de la pression dynamique.

$\rho g (z_2 - z_1)$  : variation de la pression due au changement d'altitude.

Troisième forme :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + \frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2) + (z_2 - z_1) = 0 \quad \text{m}$$

Chacun des groupes de termes représente une hauteur de liquide puisque l'un d'eux s'écrit

$(Z_2 - Z_1)$

Quatrième forme :

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{c_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{c_2^2}{2g} + z_2 = C^{te} \quad \text{m}$$

ou le long d'une conduite ou d'un tube de courant :

$$\frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{c^2}{2g} + z = C^{te} \quad \text{m}$$

**Remarque :**

Suivant la façon dont est posé le problème, on utilise l'une ou l'autre de ces formes.

De préférence nous écrivons l'équation de Bernoulli :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0 \quad \text{J/kg}$$

**Application :**

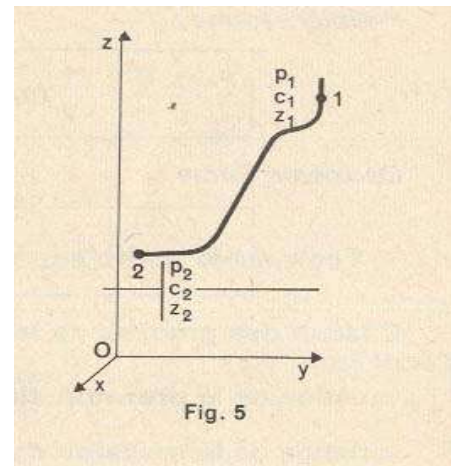
une conduite d'eau est schématisée par la fig. ci-con

Etat initial 1 : on mesure :  $P_1 = 15 \text{ N/cm}^2$

$C_1 = 8 \text{ m/s}$ ,  $Z_1 = 12 \text{ m}$ .

Etat final 2 : on mesure :  $P_1 = 10 \text{ N/cm}^2$

$Z_2 = 2 \text{ m}$ .



Masse volumique  $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ .

Quelle est la vitesse  $c_2$ ?

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$$

$$g(z_2 - z_1) = 10(2 - 12) = -100 \text{ J/kg}$$

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{(10 - 15)10^4}{10^3} = -50 \text{ J/kg}$$

Nous obtenons :

$$-50 + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) - 100 = 0$$



$$\frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) = 150 \text{ J/kg avec } c_1^2 = 8^2 = 64 \text{ (m/s)}^2$$

$$c_2^2 = 364 \text{ (m/s)}^2 \quad c_2 = 19,1 \text{ m/s}$$

On donne le débit en volume  $q_v = 6 \text{ dm}^3/\text{s}$ ; calculer les diamètres  $d_1$  et  $d_2$  de la conduite.

$$q_v = S_1 \cdot c_1 = S_2 \cdot c_2 \quad S_1 = S_2 \frac{c_2}{c_1} = S_2 \frac{19,1}{8} = 2,39 S_2$$

$$\text{Calculons } S_2 = \frac{q_v}{c_2} = \frac{6}{191} = 0,0314 \text{ dm}^2, \text{ soit } 3,14 \text{ cm}^2, \text{ soit } d_2 \approx 2 \text{ cm.}$$

$$\text{Ensuite : } S_1 = 2,39 \times S_2 = 7,5 \text{ cm}^2, \quad d_1 \approx 3,1 \text{ cm}$$

### III 4 Ecoulement permanent d'un fluide parfait incompressible applications :

#### 1. PREMIÈRE APPLICATION

La figure 1 représente le schéma d'un barrage alimentant une turbine hydraulique au moyen d'une conduite forcée

Nous nous proposons de déterminer la vitesse du jet  $c_2$ .

Equation de Bernoulli appliquée aux points 1 et 2 :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0 \quad \text{avec } p_2 - p_1 = 0 \quad c_1 = 0$$

$$\frac{c_2^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0$$

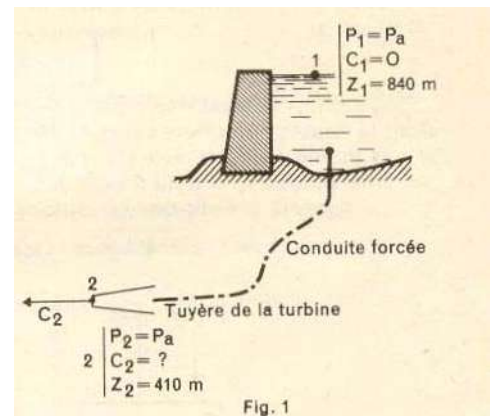
$$\frac{c_2^2}{2} + 9,8(410 - 840) = 0 \quad c_2^2 = 8400 \text{ (m/s)}^2 \quad c_2 = 91,7 \text{ m/s}$$

Quel est le débit en volume de l'eau sachant que le diamètre de sortie de la tuyère est 50 mm ?

$$q_v = S_2 \cdot c_2 \text{ avec } S_2 = 19,6 \text{ cm}^2 \text{ soit } 0,00196 \text{ m}^2$$

$$q_v = 0,00196 \times 91,7 = 0,180 \text{ m}^3/\text{s} \text{ soit } 180 \text{ dm}^3/\text{s}$$

GÉNÉRALISATION DU RÉSULTAT PRÉCÉDENT. — Si les pressions en 1 et en 2 sont égales, la pression atmosphérique par exemple, le terme  $\frac{p_2 - p_1}{\rho}$  de la relation générale est nul.



On obtient :  $\frac{1}{2} (C_2^2 - C_1^2) + g(Z_2 - Z_1) = 0$

On constate si l'un des termes est positif, l'autre doit être négatif.

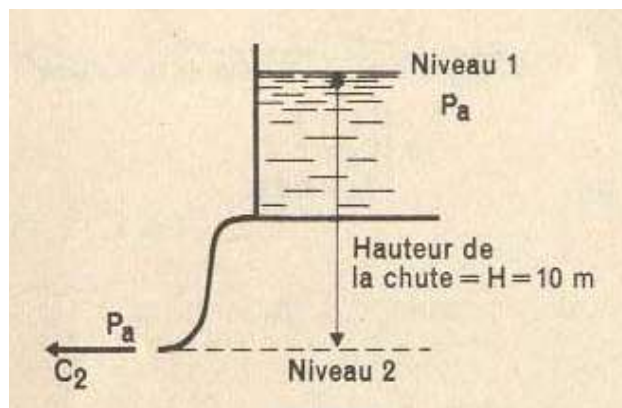
A une augmentation de la vitesse,  $C_2 > C_1$  correspond une diminution de l'altitude  $Z_2 < Z_1$

Avec  $H = Z_2 - Z_1$

Cette formule est très utilisée ; elle donne la vitesse d'un fluide incompressible dont la hauteur de chute est H m. Ne pas oublier qu'elle suppose :  
la même pression aux niveaux 1 et 2,  
une vitesse  $c_1 = 0$  au niveau 1.

La figure 2 remplit ces conditions ; la vitesse  $c$  à la sortie de la conduite est

$$c = \sqrt{2g \cdot H} = \sqrt{2 \times 9,8 \times 10} = 14 \text{ m/s}$$



Deuxième application :

Considérons un tronçon de conduite 1-2 (fig. 4). Quelle est la pression du fluide en 2 ?

Les sections 1 et 2 étant égales, les vitesses  $c_1$  et  $c_2$  sont elles-mêmes égales ; l'équation de continuité s'écrit en effet :  $S_1 \cdot c_1 = S_2 \cdot c_2$ , soit  $c_1 = c_2$ .

Équation de Bernoulli appliquée aux niveaux 1 et 2 :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$$

elle devient ici : 
$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) = 0$$

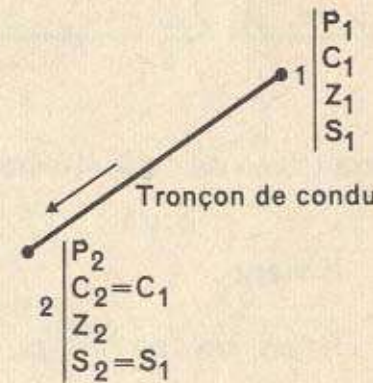


Fig. 4

**EXEMPLE.** — Le tronçon 1-2 appartient à une conduite forcée de turbine hydraulique. Nous avons :  $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$ ,  $p_1 = 20 \text{ N/cm}^2$  soit  $20 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ ,  $z_1 = 830 \text{ m}$ ,  $z_2 = 510 \text{ m}$ .



**Troisième application : tube de venturi**

Mesure du débit en volume d'un fluide incompressible.

PRINCIPE DE LA MÉTHODE. — On remplace un tronçon de la conduite par

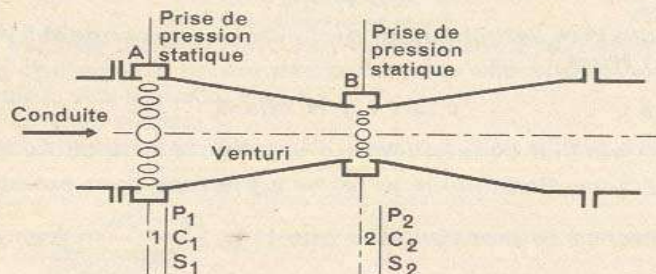


Fig. 5

un Venturi (fig. 5) ; ce Venturi comporte une section médiane 2 plus faible que la section d'entrée 1 (voir la norme NF — X 10-101).

Débit en volume du fluide :  $q_v = S_1 \cdot c_1$  m<sup>3</sup>/s ; nous connaissons  $S_1$ , il faut donc déterminer  $c_1$ . Écrivons l'équation de Bernoulli appliquée aux sections 1 et 2 ;

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$$

mais  $(z_2 - z_1) = 0$  et l'équation de continuité  $S_1 \cdot c_1 = S_2 \cdot c_2$  nous donne  $c_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot c_1$ .

$$\text{Il vient : } \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} \left[ \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right] = 0$$

Nous savons que  $p_2 < p_1$ , car  $c_2 > c_1$  ; écrivons donc :

$$\frac{c_1^2}{2} \left[ \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right] = \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$

La vitesse  $c_1$  est l'inconnue ;  $S_1$  et  $S_2$  sont connues ;  $\rho$  kg/m<sup>3</sup> est la masse volumique connue du fluide. La méthode consiste à mesurer les pressions sta-

tiques  $p_1$  et  $p_2$  ; les prises de pression doivent se faire en un point où le fluide est à peu près immobile, en A et en B sur la figure.

Connaissant  $p_1$  et  $p_2$ , nous pouvons alors calculer  $c_1$  et le débit  $q_v = S_1 \cdot c_1$ .

**EXEMPLE.** — Fluide, eau,  $\rho = 1\,000$  kg/m<sup>3</sup>.

Venturi :  $S_1 = 78,5$  cm<sup>2</sup> (diamètre 100 mm) et  $\frac{S_1}{S_2} = 1,5$ . L'appareil de mesure indique une différence de pression entre les sections 1 et 2 représentée par une colonne de mercure de 80 mm de hauteur.

La masse volumique du mercure est  $\rho' = 13\,600$  kg/m<sup>3</sup> ; une hauteur de 0,08 m correspond à une différence de pression

$$\rho' \cdot g \cdot H = 13\,600 \times 9,8 \times 0,08 = 10\,630 \text{ N/m}^2$$

$$\text{Donc } \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{10\,630}{1\,000} \text{ J/kg}$$

$$\text{il vient : } \frac{c_1^2}{2} (1,5^2 - 1) = 10,63 \quad c_1^2 = 17 \text{ (m/s)}^2 \quad c_1 = 4,13 \text{ m/s}$$

$$\text{Débit en volume : } q_v = S_1 \cdot c_1, \text{ avec } S_1 = 0,785 \text{ dm}^2 \text{ et } c_1 = 41,3 \text{ dm/s}$$

$$q_v = 0,785 \times 41,3 = 32,5 \text{ dm}^3/\text{s}$$



**Quatrième application :****MESURE DE LA VITESSE EN UN POINT DE L'ÉCOULEMENT. TUBE DE PITOT**

Deux canaux (*deux tubes*), groupés dans un même ensemble, ont la forme donnée (*fig. 6*).

*But : mesurer la vitesse du liquide en différents points d'une section.*

Canal 2-3. L'entrée, point 2, est dirigée de façon que le vecteur vitesse à mesurer soit perpendiculaire à la section d'entrée 2.

Le liquide monte jusqu'en 3 et s'immobilise; donc, en 3 comme en 2,  $c = 0$ .

Appliquons l'équation de Bernoulli entre les points 1 et 2.

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$$

avec  $z_2 - z_1 = 0$ ,  $c_2 = 0$ ,  $c_1 =$  vitesse que l'on veut mesurer.

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} - \frac{1}{2} c_1^2 = 0 \quad \textcircled{1}$$

Remarquons que là où la vitesse du fluide s'annule :

$$p_2 = p_1 + \frac{\rho \cdot c_1^2}{2} = \text{pression statique} + \text{pression dynamique.}$$

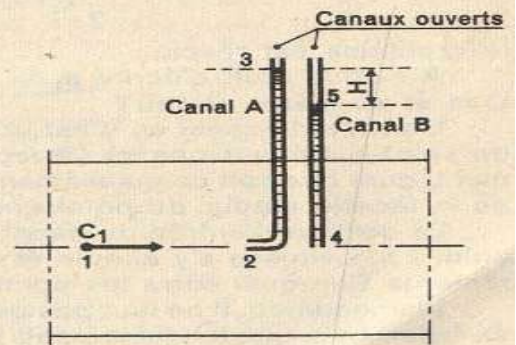


Fig. 6

L'équation fondamentale de la statique appliquée au liquide immobile 2-3 s'écrit :

$$p_2 = p_3 + \rho \cdot g (z_3 - z_2)$$

avec  $p_3 =$  pression atmos.  $= p_a$

$$\frac{p_2 - p_a}{\rho} = g(z_3 - z_2) \quad \textcircled{2}$$

Canal 4-5. La section d'entrée du canal est parallèle au vecteur vitesse.

Le liquide est immobile dans le canal 4-5.

$$p_4 = p_5 + \rho \cdot g(z_5 - z_4)$$

avec  $p_5 = p_a$ ,  $z_4 = z_2$

$$\frac{p_4 - p_a}{\rho} = g(z_5 - z_2) \quad \textcircled{3}$$

Écrivons :

$$\textcircled{2} - \textcircled{3} = \frac{p_2 - p_4}{\rho} = g(z_3 - z_5)$$

avec  $z_3 - z_5 = H$

$$\frac{p_2 - p_4}{\rho} = gH \quad \textcircled{4}$$

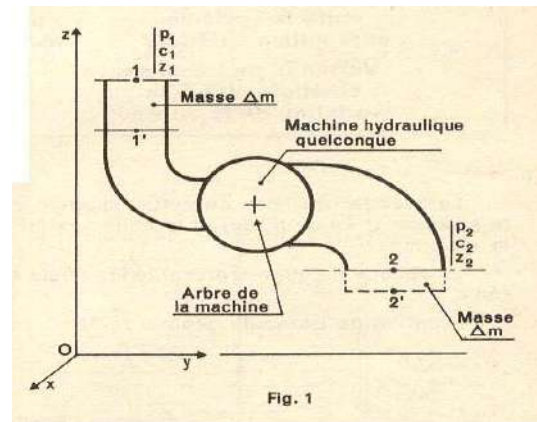
Admettons pour l'instant  $p_1 = p_3$ ; les équations (1) et (4) nous donnent :

$$\frac{1}{2} c_1^2 = g \cdot H \quad c_1 = \sqrt{2gH};$$

### III 4. Ecoulement permanent d'un fluide par fait incompressible théorème de Bernoulli généralisé

1°) Etude de l'écoulement dans une machine hydraulique :  
on va considérer une machine hydraulique entre les sections 1-2, le liquide par fait traverse une machine, pompe ou turbine hydraulique.

**Milieu extérieur.**  
Ajoutons : les organes mobiles de la machine en contact avec le liquide.  
Ces organes sont fixés sur un arbre par l'intermédiaire duquel le système peut recevoir du travail du milieu extérieur ou lui en fournir.



**Théorème de l'énergie cinétique :**

$$\frac{1}{2} \Delta m (c_2^2 - c_1^2) = (p_1 \cdot S_1 \cdot c_1 - p_2 \cdot S_2 \cdot c_2) \Delta t + \Delta m \cdot g (z_1 - z_2) + W_{12} \cdot \Delta m$$

La continuité du débit massique se traduit toujours par :

$$\Delta m = \rho \cdot S_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t = \rho \cdot S_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\Delta m}{\rho \cdot S_1 \cdot c_1} = \frac{\Delta m}{\rho \cdot S_2 \cdot c_2}$$

D'où :

$$\frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) = \frac{p_1 - p_2}{\rho} + g(z_1 - z_2) + W_{12}$$

$$W_{12} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

**Travail échangé entre le système et le milieu extérieur**

**Variation de l'énergie cinétique due à la variation de la vitesse**

**Variation de l'énergie potentielle due à la variation de pression**

**Variation de l'énergie potentielle due à la variation de l'altitude**

J/kg

C



**2. PREMIÈRE APPLICATION.  
INSTALLATION HYDRAULIQUE MOTRICE.**

Appliquons le théorème de Bernoulli généralisé entre les points 1 et 5

$$W_{15} = \frac{p_5 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_5^2 - c_1^2) + g(z_5 - z_1)$$

Etat initial 1 du kg d'eau :  
 $p_1 =$  pression atmosphérique  $= p_a$   
 $c_1 = 0$   $z_1$

Etat final 5 :  $p_5 = p_a$ ,  $c_5 = 0$ ,  
 la vitesse de l'eau dans le canal de fuite est faible, donc négligeable,  $z_5$

De l'équation, il reste :  
 $W_{15} = g(z_5 - z_1)$  J/kg

Nous avons  $z_5 < z_1$ , donc  $W_{15} < 0$ ; le système étudié, 1 kg d'eau, fournit du travail au milieu extérieur par l'intermédiaire de l'arbre de la turbine.

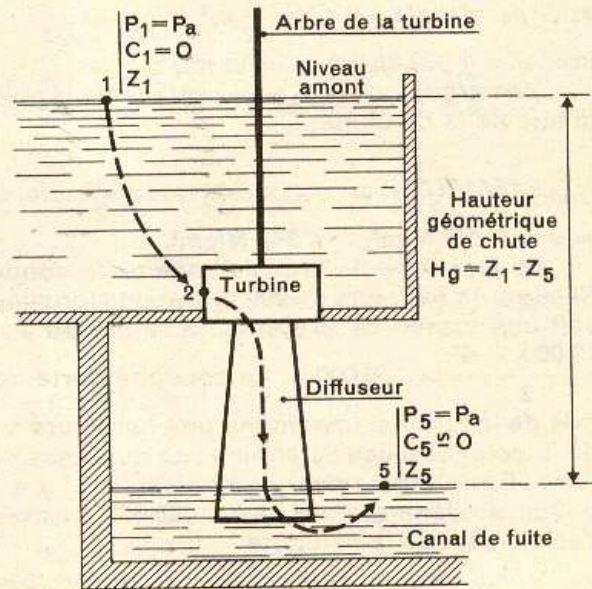
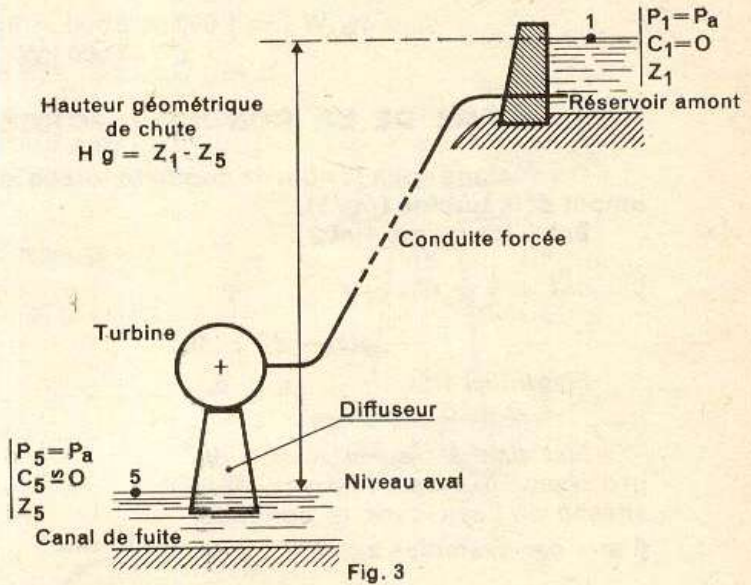
Ce travail n'est autre, dans ce cas, que le travail fourni par le poids  $1 \times g$  (N) de la masse 1 kg qui subit une chute de  $(z_1 - z_5)$  m.

On appelle **hauteur géométrique de chute** la différence d'altitude  $H_g = (z_1 - z_5)$ .

En valeur absolue :  
 $|W_{15}| = g \cdot H_g$  J/kg

Exemple de la figure 3 :  
 $H_g = 350$  m

Avec  $g \approx 10$  m/s<sup>2</sup> :  
 $|W_{15}| = 10 \times 350 = 3\,500$  J/kg



## 5. DEUXIÈME APPLICATION. INSTALLATION D'UNE POMPE HYDRAULIQUE

Considérons une pompe installée en fonctionnement (fig. 7). Appliquons entre les points 1 et 4 le théorème de Bernoulli généralisé :

$$W_{14} = \frac{p_4 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_4^2 - c_1^2) + g(z_4 - z_1)$$

Etat initial 1 :  $p_1 = p_a, \quad c_1 = 0, \quad z_1.$

Etat final 2 :  $p_4 = p_a$ , puisque le jet d'eau sort dans l'atmosphère,  $c_4, z_4.$

$$W_{14} = \frac{1}{2} c_4^2 + g(z_4 - z_1)$$

### Exemple :

$$z_4 - z_1 = 24 \text{ m}, \quad c_4 = 4 \text{ m/s}, \quad g \approx 10 \text{ m/s}^2$$

$$W_{14} = \frac{16}{2} + 10 \times 24 = 248 \text{ J/kg}$$

$W_{14} > 0$ ; le système, 1 kg de fluide dont la nature n'est d'ailleurs pas précisée, reçoit du travail du milieu extérieur par l'intermédiaire de l'arbre du moteur électrique qui entraîne la pompe.

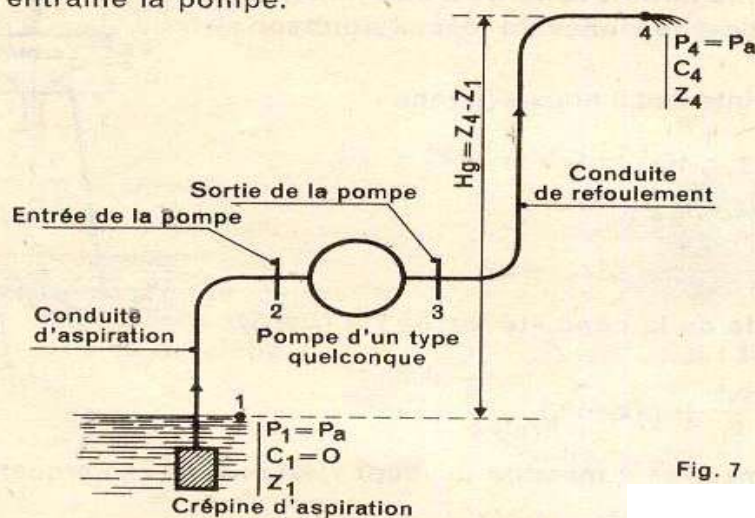


Fig. 7

Remarquons que ce travail sert surtout à augmenter l'énergie potentielle du kilogramme de fluide par modification de son altitude.

On impose un débit d'huile :  $q_v = 20 \text{ dm}^3/\text{s}, \rho = 860 \text{ kg/m}^3.$

Quelle est la puissance absorbée par cette pompe ?

Débit massique :  $q_m = \rho \cdot q_v = 860 \times 20 \times 10^{-3} = 17,2 \text{ kg/s}$

Puissance :  $\mathcal{P} = q_m \cdot W_{14} = 17,2 \times 248 = 4\,270 \text{ J/s}$  ou  $W, \quad \mathcal{P} = 4,27 \text{ kW}.$



**PROBLÈME DE L'ASPIRATION (fig. 9).**

Nous considérons ici les points 1 et 2, ce dernier étant pris à la bride d'entrée de la pompe.

Point 1 :  $p_1 = p_a$   $c_1 = 0$   $z_1$

Point 2 :  $p_2$   $c_2$   $z_2$

Nous nous proposons de déterminer la différence d'altitude ( $z_2 - z_1$ ) ou hauteur géométrique d'aspiration  $H_a$ , qui permet un fonctionnement correct de la pompe.

Appliquons l'équation de Bernoulli :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$$

avec  $c_1 = 0$ , ( $z_2 - z_1$ ) =  $H_a$  m ; il vient :

$$H_a = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot g} - \frac{c_2^2}{2g}$$

Prenons pour  $p_1$  la pression atmosphérique normale,  $p_1 = 101\ 300$  N/m<sup>2</sup>. Le fluide est de l'eau,  $\rho = 1\ 000$  kg/m<sup>3</sup>. Fixons  $c_2 = 3$  m/s, valeur courante de la vitesse à l'entrée d'une pompe :

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{3^2}{2 \cdot 9,8} = 0,46 \text{ m}$$

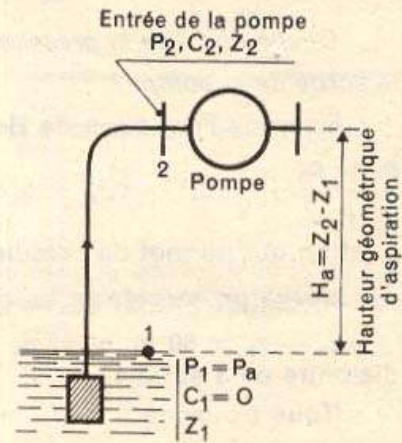


Fig. 9

Retenons qu'avec de l'eau froide,  $t = 10$  à  $15$  °C, il faut que  $p_2 = 30\ 000$  à  $40\ 000$  N/m<sup>2</sup>, soit  $3$  à  $4$  N/cm<sup>2</sup>, si l'on ne veut pas que des dégagements de vapeur viennent perturber le fonctionnement de la pompe.

Finalement :

$$H_a = \frac{101\ 300 - 30\ 000}{1\ 000 \times 9,8} - 0,46 = 7,3 - 0,46 = 6,84 \text{ m}$$

**Problème de refoulement :**

Le problème est posé très souvent de la façon suivante. La pompe est installée ; nous connaissons  $z_3$ , altitude du point 3 de sortie de la pompe, et  $z_4$ , altitude du point 4 sortie de la conduite.

Quelle doit être la pression du fluide en 3 à la sortie de la pompe ?

Écrivons l'équation de Bernoulli :

$$\frac{p_4 - p_3}{\rho} + \frac{1}{2} (c_4^2 - c_3^2) + g(z_4 - z_3) = 0$$

relation qui permet de calculer  $p_3$ .

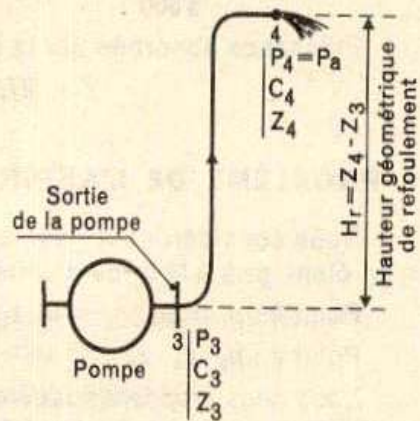


Fig. 10

$z_4 - z_3 = 50 \text{ m}$ ,  $p_4 = p_a = 10 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ ,  $c_4 = c_3$  car la tubulure a le même diamètre en 3 et en 4.

Nous trouvons :

$$p_3 = p_4 + \rho \cdot g(z_4 - z_3)$$

$$p_3 = 10 \times 10^4 + 1\,000 \times 9,8 \times 50 = 59 \times 10^4 \text{ N/m}^2, \text{ soit } 59 \text{ N/cm}^2$$

### III.5 THEOREME DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT

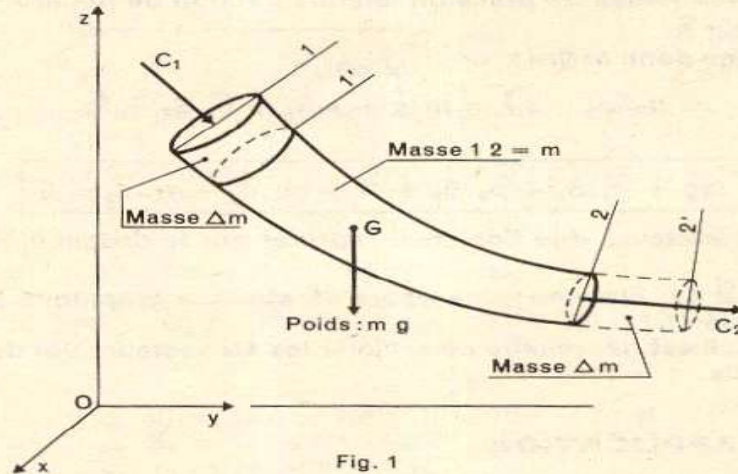
#### 1. GÉNÉRALITÉS

Nous reprenons, sous un autre aspect, l'étude de l'écoulement dans un tube de courant ou dans une conduite assimilée à un tube de courant (7<sup>e</sup> leçon, fig. 2 et 3).

Le système à étudier est la masse de liquide comprise entre les points 1 et 2 (fig. 1).

Mais, nous savons que tout se passe comme si la masse  $\Delta m$ , de volume 1-1', qui s'écoule pendant le temps  $\Delta t$ , était transportée en 2-2'.

Nous allons appliquer au système le théorème de la quantité de mouvement : dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement de la masse



$\Delta m$  = résultante des forces extérieures appliquées au système étudié (c'est-à-dire à la masse de liquide comprise entre les points 1 et 2).

#### 2. LES ÉLÉMENTS DU THÉORÈME DE LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT

Masse  $\Delta m$ .

Quantité de mouvement de cette masse :  $\Delta m \cdot c$ .

L'écoulement est permanent : débit massique  $q_m$ .

$\Delta m$  : résultante des forces extérieures appliquées aux systèmes étudiés (c'est à dire à la masse de l'étude comprise entre 1 et 2)

Les éléments du théorème de la quantité de mouvement :

Masse :  $\Delta m$

Quantité de mouvement de cette masse  $\Delta m \cdot C$

L'écoulement est permanent :  $q_m = \Delta m / \Delta t$



Pendant le temps  $\Delta t$ , la masse liquide débitée est :

$$\Delta m = q_m \cdot \Delta t$$

d'où, quantité de mouvement :  $q_m \cdot \Delta t \cdot c$ .

Dérivée par rapport au temps de cette quantité de mouvement :

$$q_m \cdot \Delta t \cdot \frac{\Delta c}{\Delta t} = q_m \cdot \Delta c$$

De l'état initial 1 à l'état final 2, la vitesse passe de  $c_1$  à  $c_2$  pendant le temps  $\Delta t$  donc :

$$\Delta c = c_2 - c_1$$

Finalemment :

dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement :

$$q_m (c_2 - c_1)$$

ou, sous forme vectorielle :

$$q_m \cdot \vec{c}_2 - q_m \cdot \vec{c}_1$$

*Forces extérieures.*

Poids  $m\vec{g}$ , masse  $m$  comprise entre les sections 1 et 2,

Forces de pression sur les sections 1 et 2 :  $\vec{p}_1 \cdot S_1, \vec{p}_2 \cdot S_2$ .

Résultante des forces de pression latérale : action de la paroi de la conduit sur le liquide, soit  $\vec{R}$ .

Nous pouvons donc écrire :

$$q_m (\vec{c}_2 - \vec{c}_1) = m \cdot \vec{g} + \vec{p}_1 \cdot S_1 + \vec{p}_2 \cdot S_2 + \vec{R}$$

ou :

$$m\vec{g} + \vec{p}_1 \cdot S_1 + \vec{p}_2 \cdot S_2 + \vec{R} + q_m \cdot \vec{c}_1 - q_m \cdot \vec{c}_2 = 0$$

Pour le calcul, il est nécessaire de projeter les six vecteurs sur des axes convenablement choisis.

Application : Une lance 1-2 débite de l'eau à une vitesse  $C_2$  élevé

L'équation de continuité :  $S_2 \cdot c_2 = S_1 \cdot c_1$ , nous donne :

$$c_2 = c_1 \cdot \frac{S_1}{S_2} \quad c_2 = 3c_1$$

D'où :

$$\frac{p_1 - p_a}{\rho} = \frac{1}{2} (9c_1^2 - c_1^2) = 4c_1^2$$

$$p_1 = p_a + 4 \rho \cdot c_1^2$$

Débit massique :  $q_m = \rho \cdot S_1 \cdot c_1$

Équation vectorielle du théorème de la quantité de mouvement :

$$m\vec{g} + \vec{p}_1 \cdot S_1 + \vec{p}_2 \cdot S_2 + \vec{R} + q_m \cdot \vec{c}_1 - q_m \cdot \vec{c}_2 = 0$$

Ces vecteurs sont reportés sur la figure 2 (à l'exception de  $\vec{R}$ ).

Fig. 2

Remarquons que le poids  $m \cdot g$  de l'eau contenue dans la lance est faible, négligeable.

On donne :  $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$ ,  $S_1 = 3 \text{ cm}^2$ , soit  $3 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ,  $c_1 = 4 \text{ m/s}$ ,  
 $p_a = 10 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ ,

d'où :

$$p_1 = 10 \times 10^4 + 4 \times 10^3 \times 4^2 = 16,4 \times 10^4 \text{ N/m}^2$$

$$S_2 = \frac{S_1}{3} = 10^{-4} \text{ m}^2 \quad c_2 = 12 \text{ m/s} \quad q_m = 10^3 \times 3 \times 10^{-4} \times 4 = 1,2 \text{ kg/s}$$

Calculons :

$$p_1 \cdot S_1 = 16,4 \times 10^4 \times 3 \times 10^{-4} \approx 50 \text{ N}$$

$$p_2 \cdot S_2 = 10 \times 10^4 \times 10^{-4} = 10 \text{ N}$$

$$q_m \cdot c_1 = 1,2 \times 4 \approx 5 \text{ N}$$

$$q_m \cdot c_2 = 1,2 \times 12 \approx 15 \text{ N}$$

Équation de projections sur  $Oy$  ( $R_y$  composante de  $R$  sur  $Oy$ ) :

$$+ 50 - 10 + R_y + 5 - 15 = 0$$

$$30 + R_y = 0 \quad R_y = -30 \text{ N}$$

$R_y = -30 \text{ N}$  représente l'action de la paroi latérale sur le fluide ;  
 $-R_y = 30 \text{ N}$  représente donc l'action du fluide sur la paroi.



1. Que devient le résultat de la première application de la leçon, s'il s'agit d'une lance d'incendie ?

On donne :

$$S_1 = 30 \text{ cm}^2, \quad S_2 = 3 \text{ cm}^2, \quad \text{donc} \quad \frac{S_1}{S_2} = 10,$$

$$c_1 = 5 \text{ m/s}, \quad \text{donc} \quad c_2 = 50 \text{ m/s}.$$

Réponse :  $R_v \approx - 3\,300 \text{ N}$

### Objectif IV Ecoulement permanent d'un fluide visqueux incompressible (pertes de charges)

#### IV.1 Ecoulement d'un fluide visqueux :

Rappelons l'équation de Bernoulli appliquée aux points 1 et 2 d'une conduite (fig. 1) :

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0 \text{ J/kg}.$$

Cette relation indique que la somme des variations :

d'énergie potentielle due à la pression,  
d'énergie cinétique,  
d'énergie potentielle due à l'altitude,  
est constamment nulle.

En réalité, comme dans le cas du glissement entre solides, il faut tenir compte de l'existence de forces tangentielles, conséquence de la viscosité du fluide.

Dans les conduites considérées jusqu'ici, nous avons supposé que la vitesse des particules de fluide était la même en chaque point de la section  $S \text{ m}^2$  (fig. 2) ;

nous savons que cette vitesse est donnée par la relation :  $c = \frac{q_v}{S} \text{ m/s}$ ,  $q_v \text{ m}^3/\text{s}$  étant le débit en volume.

Le phénomène réel est différent. Considérons la même conduite dans laquelle



Fig. 2

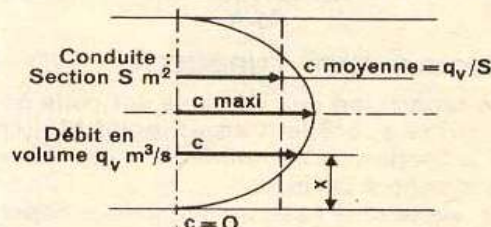


Fig. 3

passer le même débit en volume  $q_v$ . La vitesse moyenne reste toujours égale à  $\frac{q_v}{S}$ , mais la vitesse réelle diffère suivant la position de la particule considérée du fluide dans la section.

On peut concevoir des particules restant accrochées à la paroi plus ou moins rugueuse ; leur vitesse est nulle. Celles qui se trouvent à une certaine distance  $x$

de cette paroi, ont une vitesse  $c$  ; celle-ci est maximale lorsque la particule considérée est sur l'axe de la conduite. On obtient alors une répartition des vitesses reportée sur la figure 3.

L'expérience montre que l'écoulement d'un fluide visqueux peut présenter deux formes différentes.

#### ÉCOULEMENT LAMINAIRE.

Les trajectoires des particules de fluide sont parallèles à la paroi. Le vecteur vitesse des particules qui se succèdent en un point M de l'écoulement est immuable dans le temps.



**Viscosité : (Viscosité dynamique :  $\mu$ )**

On appelle Viscosité d'un fluide réel soumis à une déformation de cisaillement la propriété d'opposer une résistance à la vitesse de glissement des couches les unes sur les autres.

La force  $F$  nécessaire pour vaincre la résistance visqueuse  $R$  du fluide s'exprime par la loi de Newton :

$$F = R = \mu \cdot S \cdot C/y$$

$$\mu = \frac{F/S}{C/y} = \left( \frac{N/m^2}{m/s.m} \right) = Pa \cdot s \text{ : PI (Poiseuille)}$$

Autre unité : La poise  
10 pose = 1 poiseuille (10 P = 1 PI)

**Viscosité cinématique :  $\nu$** 

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (m^2/s)$$

Autre unité : le Stoke (St)  
1 m<sup>2</sup>/s = 10<sup>-4</sup> St

**Nombre de Reynolds :**

Le nombre de Reynolds détermine si l'écoulement est laminaire ou turbulent.

Le nombre de Reynolds se calcule ainsi :

$$\mathfrak{R} = \frac{c \cdot d}{\nu}$$

$c$  m/s, vitesse moyenne dans la conduite,  
 $d$  m, diamètre de la conduite,  
 $\nu$  m<sup>2</sup>/s, viscosité cinématique du fluide.  
 $\mathfrak{R}$  est un nombre sans dimension ; nous obtenons d'ailleurs :

$$\mathfrak{R} = c \text{ m/s} \times d \text{ m} : \nu \text{ m}^2/\text{s} = \frac{c \cdot d \text{ m}^2}{\nu \text{ s}} \times \frac{\text{s}}{\text{m}^2}$$

Si  $\mathfrak{R} < 2\,000$ , l'écoulement est sûrement laminaire.  
 Si  $\mathfrak{R} > 3\,000$ , l'écoulement est sûrement turbulent.  
 Si  $\mathfrak{R}$  est compris entre ces deux valeurs, le régime de l'écoulement est incertain ; mais signalons que si, à un moment donné, l'écoulement est turbulent, il reste turbulent.



### 5. APPLICATIONS

1° Une conduite de diamètre 100 mm débite 50 dm<sup>3</sup>/s d'eau à la température ordinaire. Déterminer le type d'écoulement.

Calculons le nombre de Reynolds :  $\mathcal{R} = \frac{c \cdot d}{\nu}$  :

débit en volume  $q_v = S \cdot c = 50 \text{ dm}^3/\text{s}$      $S = 0,785 \text{ dm}^2$

$$c = \frac{0,785}{50} = 64 \text{ dm/s} \quad \text{soit} \quad 6,4 \text{ m/s}$$

Nous avons calculé dans un exercice précédent (11<sup>e</sup> leçon) la viscosité cinématique de l'eau à la température ordinaire; nous avons trouvé :  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ :  
Nous obtenons donc :

$$\mathcal{R} = \frac{c \cdot d}{\nu} = \frac{6,4 \times 0,1}{10^{-6}} = 6,4 \cdot 10^5 = 640\,000$$

Nous sommes bien au-delà de la valeur limite  $R = 3\,000$ ; l'écoulement est sûrement turbulent.

2° Prenons le cas de l'air (40 N/cm<sup>2</sup>, 60 °C) pour lequel nous avons trouvé

$$\nu = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Cet air s'écoule dans une conduite de diamètre 50 mm, à la vitesse 50 m/s.

$$\text{Nous trouvons : } \mathcal{R} = \frac{c \cdot d}{\nu} = \frac{50 \cdot 0,05}{4,8 \cdot 10^{-6}} = 0,5 \cdot 10^6$$

Nous avons ici encore un écoulement sûrement turbulent.

### IV . 3 Equation de Bernoulli dans le cas de l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible :

La présence des forces tangentielles dues à la viscosité du fluide montre qu'il y a production de travail qui va nécessairement intervenir dans l'équation de Bernoulli.

Ce travail par unité de masse de fluide à pour conséquence la perte de charge  $J$  (J/Kg)

La perte de charge correspond à un travail ou énergie mécanique, ce travail, conséquence de la viscosité de fluide, travail fourni par le système, est toujours négatif ;

Désignons ce travail par  $-J$ ; donc  $-J$  est toujours négatif.

La perte de charge  $J$  est toujours positive.

L'équation de Bernoulli s'écrit alors :

$$-J = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

Sans échange de  $W$

$$W_{12} - J = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

Avec échange de  $W$  avec le milieu extérieur

#### IV . 4 Ecoulement permanent d'un fluide visqueux incompressible Détermination des pertes de charge

La perte de charge définie précédemment a lieu aussi bien de les parties rectilignes de tuyauterie que dans les parties dites singulières, c'est-à-dire tout élément du circuit considéré qui n'est pas rectiligne une forme (coudes, rétrécissement, évasement, dérivation, robinet, clapets, etc.)

##### **-1. Perte de charge répartie**

Dans le cas d'une conduite circulaire, elle se calcule d'après la formule :

$$\Delta p_r = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \text{ en Pa}$$

avec

$\lambda$  = coefficient de perte de charge répartie : il s'agit d'un coefficient sans dimension dont nous reparlerons ci-après ;

$l$  = longueur de la conduite considérée, y compris les singularités, mesurée le long de l'axe en m ;

$d$  = diamètre de la conduite en m ; nous en reparlerons ci-après dans le cas de conduites non circulaires ;

$\rho$  = masse volumique du fluide considéré en kg/m<sup>3</sup> ;

$w$  = vitesse du fluide en m/s.

• En écoulement laminaire,  $\lambda$  est indépendant de la rugosité de la tuyauterie ou du conduit considéré – ainsi qu'on peut le démontrer mathématiquement – puisque :

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

et comme

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu}$$

il en résulte que la perte de charge répartie d'un écoulement laminaire est :

$$\begin{aligned} \Delta p_r &= 64 \cdot \frac{\nu}{w \cdot d} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \\ &= 32 \frac{l}{d^2} \cdot \nu \cdot \rho \cdot w \text{ en Pa.} \end{aligned}$$

La perte de charge répartie est donc proportionnelle à la vitesse ce qui exprime la loi dite de Hagen-Poiseuille.

• En *écoulement turbulent*, il faut considérer deux cas suivant que la conduite est lisse ou rugueuse :

– dans le cas d'une *conduite lisse*, on a :

$$\lambda = 0,3164 / \sqrt[4]{Re},$$

la perte de charge répartie d'un écoulement turbulent dans une conduite lisse s'écrit :

$$\Delta p_r = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{\frac{w \cdot d}{\nu}}} \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \text{ en Pa,} \quad (6)$$

cette relation constituant ce qu'on appelle l'*équation de Blasius*.

Dans les cas d'une conduite rugueuse, le coefficient  $\lambda$  dépend de la rugosité relative  $\varepsilon/d$ .

Avec  $\varepsilon$  : rugosité absolue (en mm) [hauteur moy. Des irrégularités à l'intérieure de conduite]

$d$  : diamètre de la conduite (en mm)

le tableau ci-dessous donne la rugosité absolue  $\varepsilon$  de différents conduits et tuyauteries :

Type de conduite	Rugosité $\varepsilon$ en mm
Conduites étirées (cuivre, etc.)	0,0015
Conduites en PVC et polyéthylène	0,007
Conduites en amiante-ciment	0,05...0,1
Tuyauteries en acier du commerce	0,045
Tuyauteries en acier galvanisé	0,15
Tuyauteries en acier, rouillées	0,15...1,0
Tuyauteries en acier, très rouillées	1,0...3,0
Tuyauteries en fonte	0,4...0,6
Tuyauteries en fonte, asphaltées	0,125
Conduits en tôle d'acier, agrafés	0,15
Conduits souples agrafés en spirale	0,6...0,8 parfois jusqu'à 2,0
Conduits treillis métallique et enduit	1,5
Conduits maçonnés	3,0...5,0
Conduits en bois	0,2...1,0
Conduits en béton brut de décoffrage	1,0...3,0

En résumé :

A fin d'éviter des calculs, les spécialistes de mécanique des fluides (Prandtl, Karman, Nikuradse, Colebrook et surtout Moody) ont mis au point le digramme suivant permettant de déterminer facilement le coefficient  $\lambda$ , que le régime soit laminaire ou turbulent et que les conduites soit lises ou rugueuses.



Ce diagramme à été calculé à partir des équations suivantes :

- dans le cas d'un écoulement dans des conduites lisses :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \lg (Re \sqrt{\lambda} / 2,51)$$

$\lambda$  ne dépend donc que de  $Re$  .

- dans la cas d'un écoulement dans des conduites rugueuses :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left( \frac{\varepsilon / d}{3,71} \right) = 1,14 - 2,0 \lg \varepsilon / d$$

$\lambda$  ne dépend que de la rugosité relative  $\varepsilon/d$ .

- En écoulement transitoire :

Equation de Colebrook :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2,0 \lg \left( \frac{\varepsilon / d}{3,71} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$$

$\lambda$  dépend de  $Re$  et  $\varepsilon/d$ .

la limite entre conduite lisse et conduite rugueuse est définie par la relation :

$$(Re \sqrt{\lambda}) (\varepsilon / d) = 200.$$

## 2- Perte de charge singulière :

Elle est donnée par la relation :

$$\Delta p_s = \zeta \cdot \rho / 2 \cdot w^2 \quad \text{en Pa}$$

Avec  $\zeta$  : coefficient de perte de charge singulière de l'élément considéré (coude, robinets, etc.) sa valeur est donnée par les tableaux ci-dessous .

## 3- Perte de charge totale :

Elle est tout simplement égale à la somme de la perte de charge répartie  $\Delta p_r$  et de la perte de charge singulière  $\Delta p_s$  on a donc

$$\Delta p_t = \Delta p_s + \Delta p_r$$

$$\Delta p_t = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 + \zeta \frac{\rho}{2} w^2 \text{ en Pa.}$$

S'il y a plusieurs singularités :

$$\begin{aligned}\Delta p_t &= \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 + \Sigma \zeta \frac{\rho}{2} w^2 \\ &= \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \left( \frac{\lambda \cdot l}{d} + \Sigma \zeta \right).\end{aligned}$$

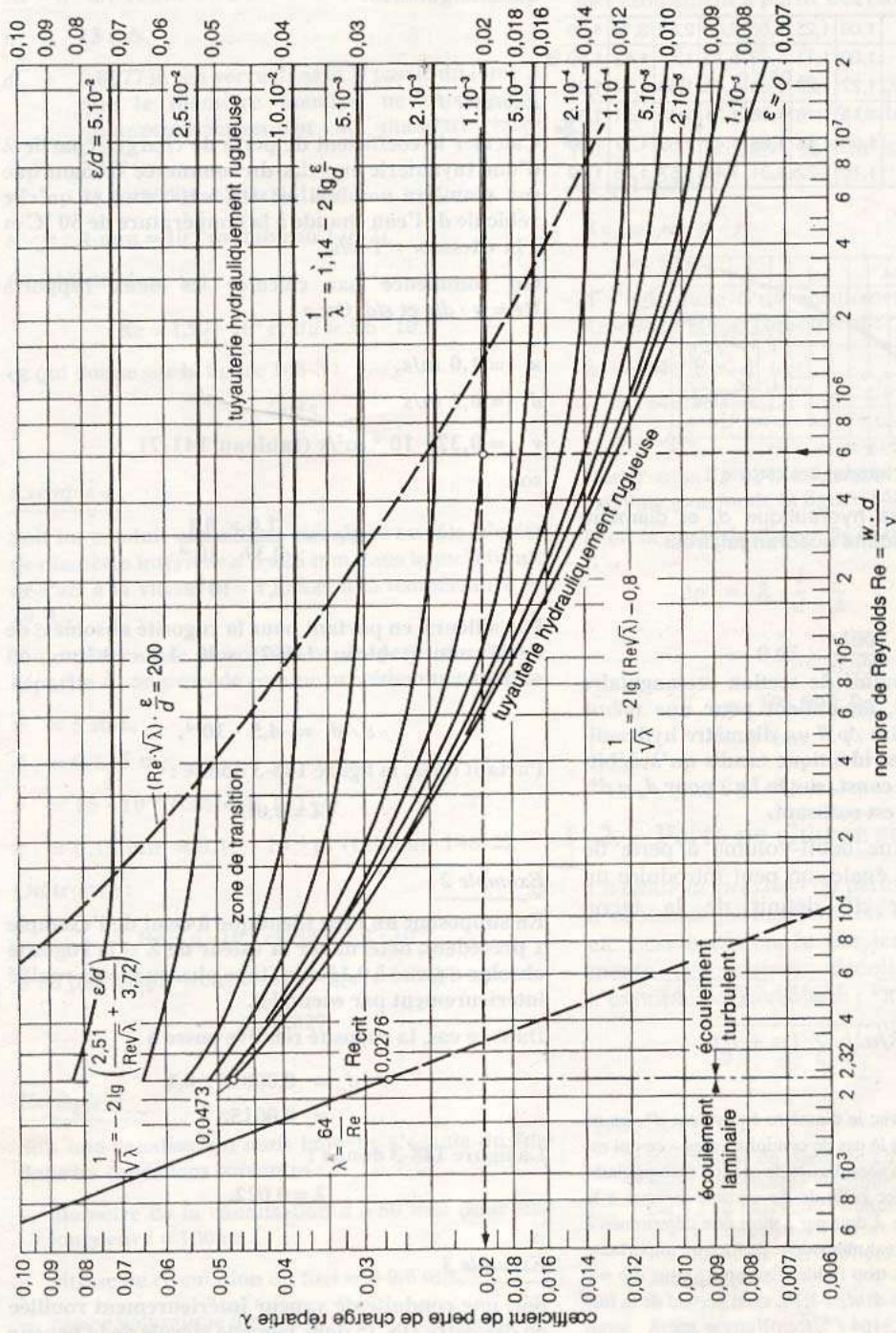


Fig. 148-3. Diagramme de Moody donnant le coefficient de perte de charge répartie  $\lambda$  d'une tuyauterie ou d'un conduit.

$d$  = diamètre intérieur de la tuyauterie en m ;  $w$  = vitesse de l'écoulement en m/s ;  $\nu$  = viscosité cinématique en  $m^2/s$  ;  $\epsilon/d$  = rugosité relative ;  $\epsilon$  = rugosité absolue à faire intervenir avec la même unité que le diamètre (Diagramme extrait de l'ouvrage « Arbeitsmappe Heiztechnik, Raumlufttechnik, Sanitärtechnik » aux Éditions VDI à Düsseldorf).

Exemple : Pour  $Re = 6 \cdot 10^5$  et  $\epsilon/d = 1 \cdot 10^{-3}$ , on trouve  $\lambda = 0,02$ .



On peut également procéder différemment en calculant a quelle longueur de conduite est équivalente une singularité en posant :

$$l_{eq} = \xi \frac{d}{\lambda}$$

Et la perte de charge totale devient :

$$\Delta p_t = \lambda \cdot \left( \frac{l + l_{eq}}{d} \right) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2.$$

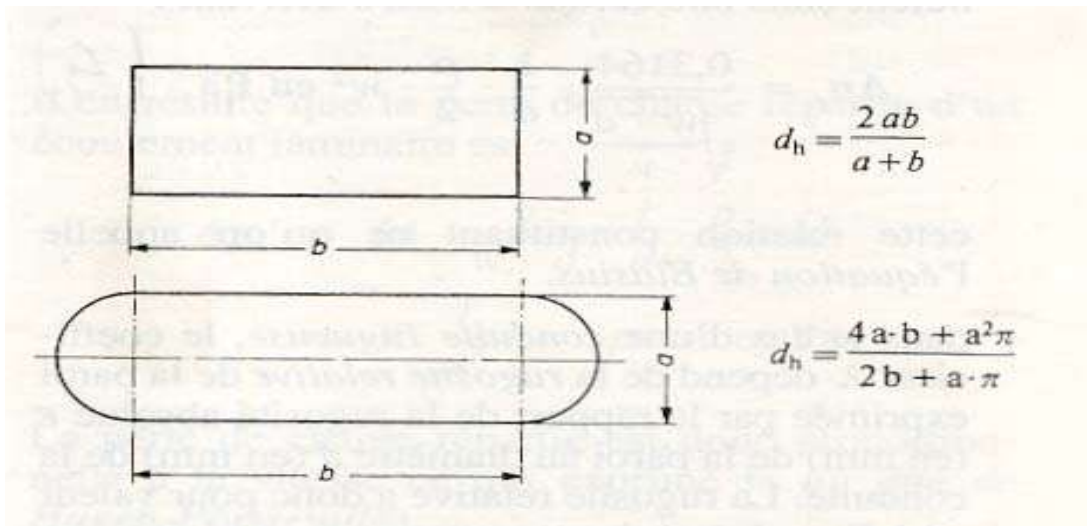
- les conduites non circulaire :  
dans la formule générale :

$$\Delta p_r = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2 \text{ en Pa.}$$

$d$  : représente le diamètre réel de la tuyauterie, s'il s'agit d'une section circulaire.  
Pour une section non circulaire, on doit prendre comme diamètre, le diamètre hydraulique  $d_h$  défini ainsi :

$$d_h = 4 \cdot S / P$$

avec  $S$  : section de la conduite considérée.  
 $P$  : son périmètre



PIERTES DE CHARGE SINGULIERES					§
COEFFICIENTS POUR L'EAU ET LA VAPEUR					



**Objectif**     **V ) Machines hydrauliques .**

« Dans ce chapitre le vous prendrez de différents types de pompes et ventilateurs employés dans l'industrie, leurs caractéristiques ,leurs principe de choix .»

**V .1) Pompes :**

Une pompes est une machine qui a pour rôle de déplacer un fluide »liquide au gazeux « d'un point à un autre en lui communiquant une augmentation de pression au cours de son passage à travers le corps de pompe.

Classification :

- Pompes volumétriques : alternatives ou rotative.
- Pompes centrifuges : rotatives .

**V .1.a.) Pompes volumétriques :**

Alternatives ou rotative .

**V .1.b.) Pompes centrifuges**

: basée sur la force centrifuge

Elles se composent d'une roue ou turbine qui tourne dans le liquide à pomper .

Cette roue comporte des aubes qui entraînent le liquide dans leur rotation et lui communique une vitesse .

Le liquide mis en vitesse est recueilli dans un corps creux appelé « volute » ou sa vitesse diminue grâce à l'augmentation progressive de la section de passage .

La vitesse acquise par le liquide dans la roue se transforme ainsi en pression .

Utilisation : les pompes centrifuges utilisées pour :

- Alimentation des chaudières à vapeur .
- Circulation de l'eau chaude sous pression et de fluides caloporteurs .

**V .1-1. Caractéristiques d'une pompes :**

Une pompe de type quelconque est caractérisées par :

- Débit volumique  $q_v$  ( $m^3 /s$  ) ou ( $m^3 /h$  )
- Hauteur manométrique totale  $H(m.C.E)$
- Puissance absorbée  $P$  en (W)
- Vitesse de rotation  $n$  (tr /min)
- Rendement effectif  $\eta$

**a) Hauteur manométrique totale H :**

On appelle hauteur manométrique totale  $H_t$  d'une pompe la quantité d'énergie transmise par la pompe à l'unité de poids de fluide : exprimée en  $J/N = N.m/N = m$  (mCE)

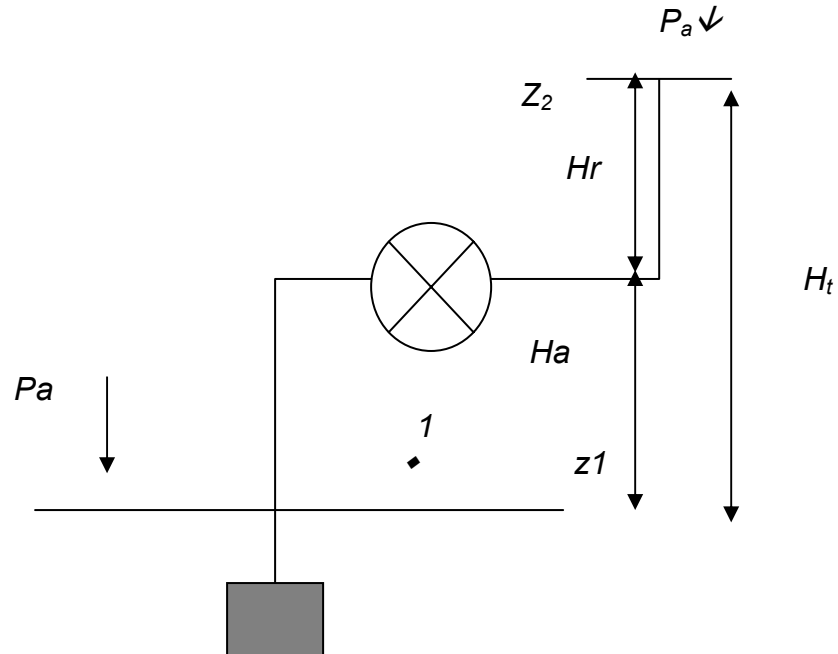
D'après le théorème de Bernoulli , entre deux sections  $S_1$  et  $S_2$  au niveau  $z_1$  et  $z_2$  ,on écrit :

$H_t = (z_2 - z_1) + (P_2 - P_1) / \rho g + (C_2^2 - C_1^2) / 2g + \Delta P$   
 Avec  $\Delta P$  : chute de hauteur manométrique due au frottements .

$\Delta P = (\lambda l / d + \Sigma \zeta) c^2 / 2g$  en m.

$H_t = h_a + h_r + J_a + J_r$

$H_t = H_{th} + \Delta P$



**b) Puissance absorbée théorique :**

La Puissance absorbée théorique pour assurer le débit  $Q_v$  ( $m^3/s$ ) sous la hauteur manométrique réelle  $H_t$  est :

$P_{th} = \rho g \cdot q_v \cdot H_t$
---------------------------------------

**c) Rendement effectif :**

Le rendement effectif d'une pompe ou rendement global dépend de :

1. rendement manométrique ou rendement hydraulique .
2. rendement volumétrique.
3. rendement mécanique.

$\eta_{eff} = \eta_h \cdot \eta_v \cdot \eta_m$

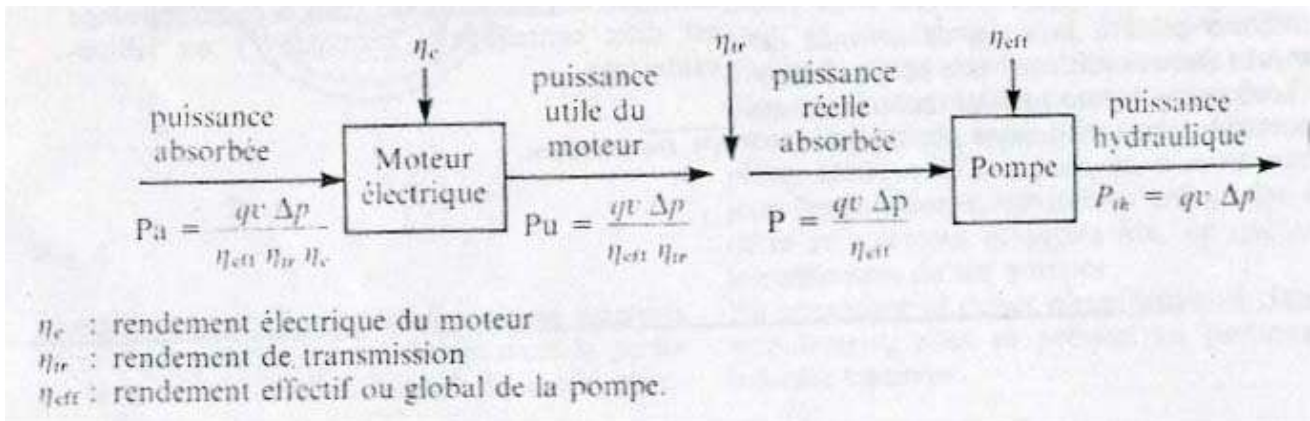
**d) Puissance réelle absorbée par la pompe .**

Avec  $\Delta P_t = \rho g \cdot H_t$

$P_r = q_v \cdot \rho g \cdot H_t / \eta_{eff}$
$P_r = q_v \cdot \Delta P_t / \eta_{eff}$

Watts

$\Delta P_t$  en  $P_a$   
 chute de pression



### Le rendement global du groupe électropompe

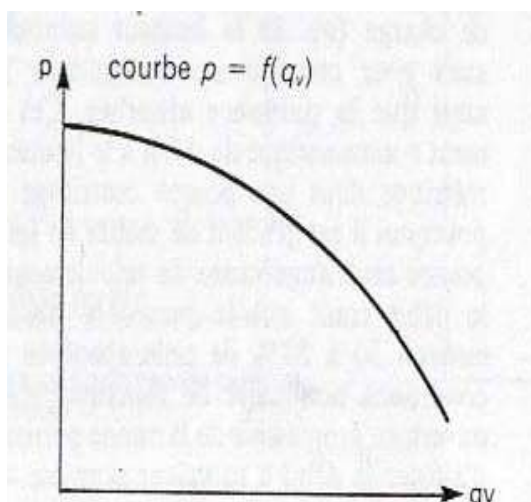
$$\eta_g = \eta_{eff} \cdot \eta_{tr} \cdot \eta_e$$

### e) Courbes caractéristiques des pompes centrifuges .

la courbe caractéristique est un graphique permettant de connaître les possibilités d'une pompe en matière de débit et de hauteur manométrique totale en (m.C.E)

-Courbe hauteur – débit :  $P = f(qv)$

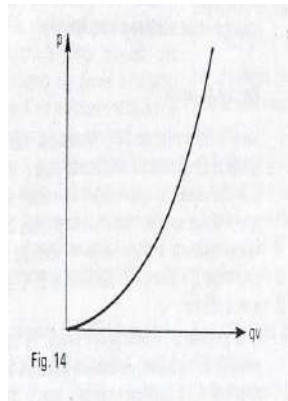
pour chaque pompe ,les courbes caractéristiques sont établies par le constructeur de celle-ci .



**- Courbe caractéristique d'un réseau hydraulique :**

Donne la relation entre  
perte de charge et débit  
pour un réseau  
bien déterminé

$\Delta P$  varie au carré  
du débit .



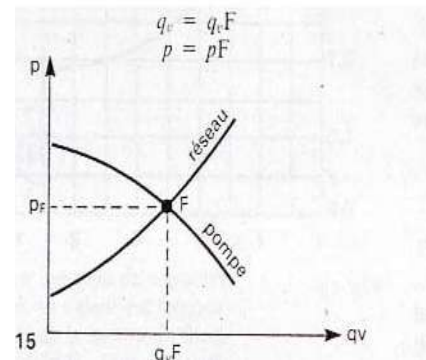
Cette courbe est  
déterminée à partir  
des paramètres du  
réseau (longueur,  
singularité,  
rugosité, ...ect)  
c'est une parabole  
d'éq  $P = a q_v^2 + b$

**- Point de fonctionnement .**

$F$  : point de fonctionnement

Quand une pompe est montée dans  
un réseau.

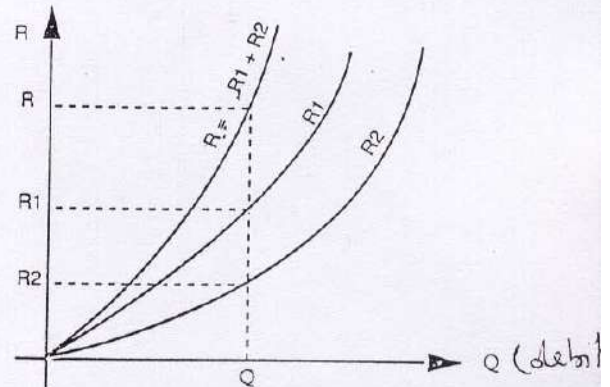
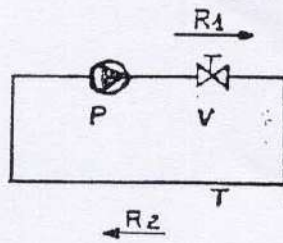
L'intersection de la courbe de pompe  
et celle du réseau donne un point de  
fonctionnement .

**c) Exemple de courbe caractéristiques**

- Tout le long d'un circuit les pertes de charges s'ajoutent



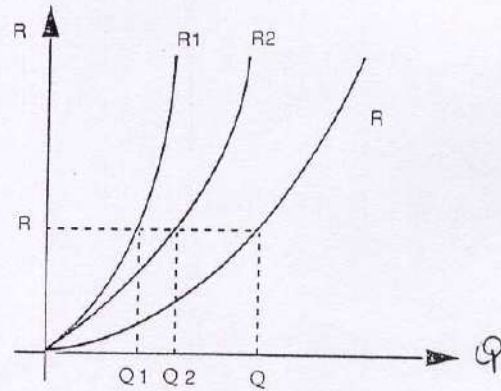
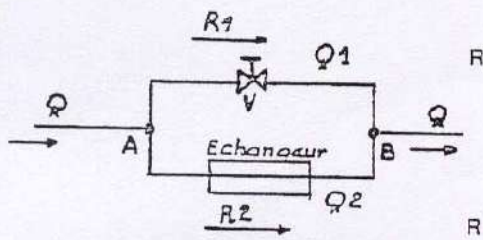
- Tout le long d'un circuit les pertes de charges s'ajoutent



R1 perte de charge de la vanne en fonction du débit  
R2 perte de charge de la tuyauterie en fonction du débit

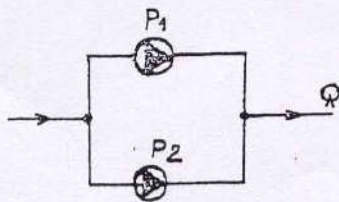
- Pour un débit donné Q les pertes de charge s'ajoutent  $R = R1 + R2$

- CIRCUIT EN DÉRIVATION

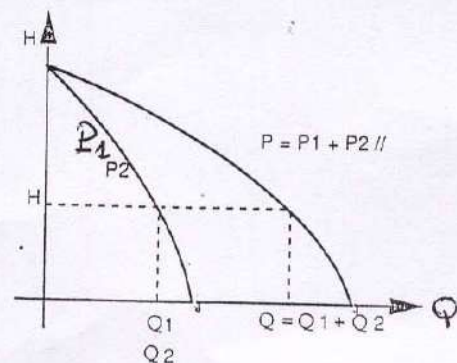


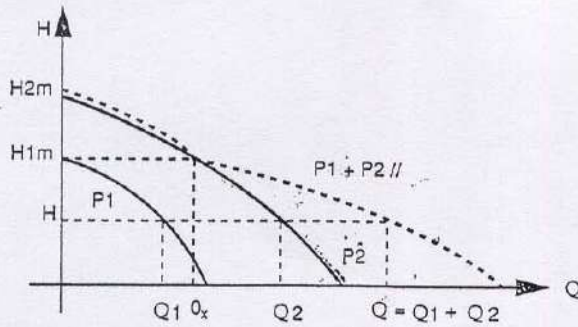
- Entre les points A et B la perte de charge est la même  $R1 = R2 = R$   
- Les débits s'ajoutent  $Q = Q1 + Q2$

- POMPES COUPLÉES EN PARALLELE

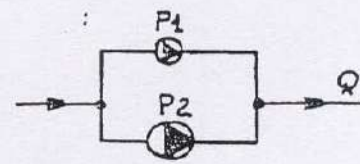


Pompes en // et identiques  
 $Q = Q1 + Q2$

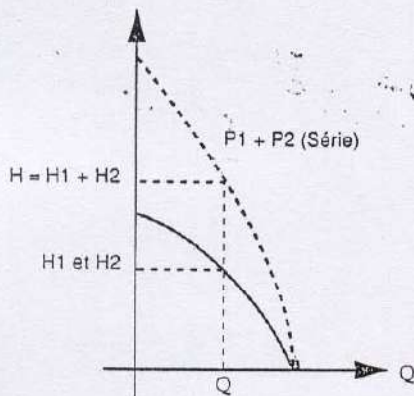




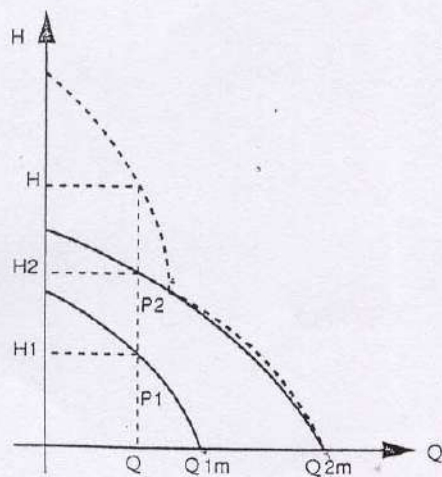
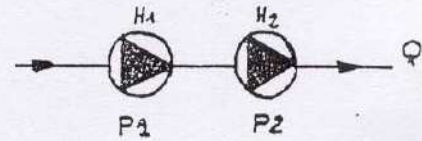
Pompes // et différentes  
 $Q=Q_1+Q_2$  jusqu'à  $H_{1m}$  maxi  
 De  $H_{1m}$  à  $H_{2m}$  le débit  $Q$  varie  
 comme  $Q_2$  : dans ce cas laisser tourner  
 les 2 pompes ne sert à rien,  
 il faut arrêter  $P_1$ .



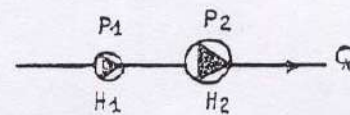
**— POMPES EN SÉRIE**



Pompes en série et identiques  
 Pour un débit  $Q$  on a  
 $H = H_1 + H_2$



Pompes en série différentes  
 Pour un débit variant de 0 à  $Q_{1m}$   
 on a  $H=H_1+H_2$



Pour un débit variant de  $Q_{1m}$  à  $Q_{2m}$ ,  
 il ne sert à rien de laisser tourner  
 les 2 pompes : le débit  $Q$  varie comme  $Q_2$ .  
 il faut arrêter la pompe  $P_1$



## RAPPELS TECHNIQUES

### PRESSION STATIQUE

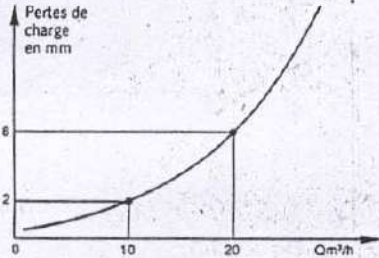
(hauteur de charge à l'aspiration)

Elle est égale à  $H_g + 0,5$  à 1 bar en fonction de la température du circuit.

Nota : Il faut vérifier que la pression statique reste suffisante à l'entrée de la pompe ; notamment en circuit ouvert ou en terrasse.

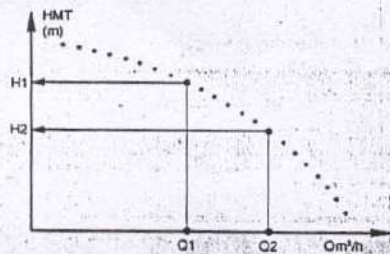
### COMMENT DÉTERMINER LE REMPLACEMENT D'UNE POMPE (en circuit fermé)

- Connaître la résistance du réseau (pertes de charge à vaincre dans la tuyauterie).



La courbe ci-dessus nous indique comment varie la résistance du réseau avec l'augmentation du débit.

- Connaître la courbe hydraulique de la pompe

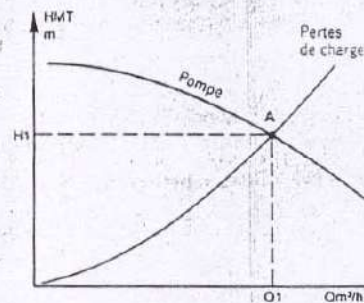


Ex :  $Q1 \rightarrow H1 \rightarrow Q2 \rightarrow H2$

- Connaître le point (QxH) de fonctionnement de la pompe

C'est à dire le point où se croisent la courbe hydraulique et celle des pertes de charge

A = Point de fonctionnement  
Q1 = Débit  
H1 = Hauteur manométrique totale



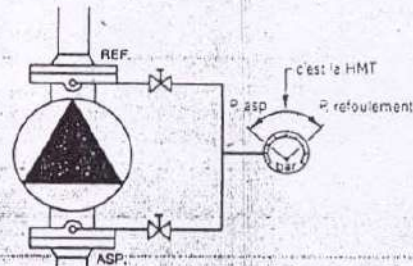
LA FONCTION DE LA POMPE EST DE VAINCRE LES PERTES DE CHARGE DU RÉSEAU

### HAUTEUR MANOMÉTRIQUE TOTALE (HMT)

C'est la différence de pressions entre le refoulement et l'aspiration de la pompe.

Il est indispensable que celle-ci soit mesurée à partir d'un seul manomètre.

Elle s'exprime en mètres de colonne d'eau (CE) ou en bar.



**Modification des caractéristiques**

**Modification de la vitesse de rotation :**

Sur une pompe volumétrique :



Si la pompe débite  $q_{v1}$  ( $m^3/s$ ) à  $n_1$  (tr/min) à une vitesse de rotation  $n_2$  (tr/min) le débit sera :

$q_{v2} = q_{v1} \cdot n_2 / n_1$ ( $m^3/s$ )
$P_2 = P_1 \cdot n_2^3 / n_1^3$ (Watt)

La pression reste constante si les pertes de charge dans les tuyauteries restent constantes

\* Sur une pompe centrifuge une variation de vitesse entraîne la modification de : -débit

- pression
- puissance absorbée

débit	$q_{v2} = q_{v1} \cdot n_2 / n_1$ ( $m^3/s$ )
pression	$H_{t2} = H_{t1} \cdot (n_2 / n_1)^2$ (m)
puissance absorbée	$P_2 = P_1 \cdot (n_2 / n_1)^3$ (Watt)

### \*Modification du diamètre extérieur de la roue pour les pompes centrifuges

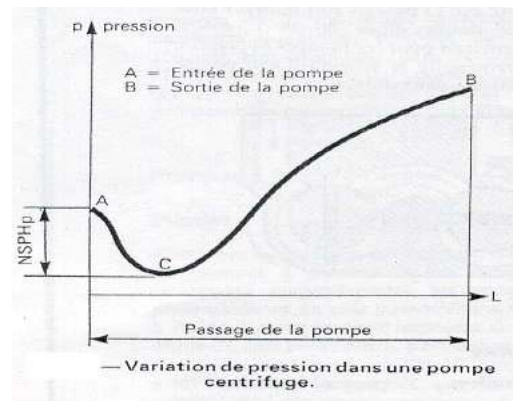
$$q_{v2}/q_{v1} = (D_2/D_1)^2$$

$$H_{t2}/H_{t1} = (D_2/D_1)^2$$

$$P_2/P_1 = (D_2/D_1)^4 \quad \text{1ere approximation}$$

### NPSH (charge nette absolue à l'aspiration) :

Tout liquide à une pression de vapeur et que lorsque la valeur de celle-ci atteint sa valeur maximale de pression de vapeur saturante le liquide entre en ébullition : pour l'eau  $100^\circ C$  ; Si  $P_s = 1,013 \text{ bar}$  et  $20^\circ C$  si  $P_s = 0,023 \text{ bar}$   
Si la pression du liquide pompé devient en un point de la tuyauterie d'aspiration inférieure à  $P_s$  (pour  $\theta^\circ C$ ) le liquide se vaporise.



### CAVITATION :

Dans une pompe centrifuge, c'est à l'entrée de la roue que la pression statique est la plus faible du fait de l'augmentation de vitesse de fluide et des pertes de charge.

Dans la pompe , point C la pression peut être plus basse qu'à l'entrée point A  
Cette différence de pression est appelée NPSH de pompe (NPSHp)

Si en ce point C , il y a début de vaporisation , le liquide est repressurisé par la roue.  
Les bulles de vapeur se condensent brusquement et implosent, ce qui rend la pompe bruyante crée des chocs et érode le matériau :

C'est le phénomène de cavitation qui s'accompagne de bruits, de vibrations et de pulsations de débit et de pression de refoulement

Pour éviter la cavitation, il faut que la pression totale à l'entrée de la pompe soit supérieure à la tension de vapeur saturante du liquide transporté ( $P_s$ ) d'une quantité minimale appelée NPSH requis

**NPSH requis ( ou minimum ou NPSH de pompe) :**

On distingue le NPSH de l'installation (NPSHdisponible) qui ne dépend que des conditions dans lesquelles le liquide est pompé et de la configuration de la tuyauterie d'aspiration et (NPSHp) qui lui ne dépend que des caractéristiques de la pompe, (vitesse et pertes de charges internes) c'est une valeur variable pour chaque pompe en fonction de son débit et de sa vitesse de rotation , sa valeur est toujours positive et indépendante de la nature du fluide transféré.

NPSHp, donné par le constructeur

NPSHd, à calculer pour chaque installation

**Conclusion :**

pour qu'une pompe fonctionne sans caviter, il faut toujours :  $NPSH_d > NPSH_p$

Les valeurs les plus courantes sont :

$$NPSH_d - NPSH_p = 0.5 \text{ a } 2 \text{ m CE}$$

Les grandeurs physiques à prendre en compte pour la détermination du NPSHd sont

- la hauteur d'aspiration :  $h_a$  (m)
- la pression de vapeur saturante  $P_s$  ( $\theta^\circ\text{C}$ ) en bars absolus du liquide pompé à la  $T^\circ$  de pompage .
- la pression  $P$ (bar absolu) s'exerçant sur la surface du liquide à l'aspiration.
- la masse volumique  $\rho$  ( $\text{kg} / \text{m}^3$ ) du liquide à pomper .
- la perte de charge  $J_a$  (m) dans la conduite d'aspiration .

Les valeurs de ces différents paramètres permettent de calculer le NPSHd en appliquant les formules suivantes :

**Fonctionnement en aspiration :**

$$NPSH_d = \frac{(p - p_s) 10^5}{\rho g} - h_a - J_a > NPSH_r$$

### **Fonctionnement en charge :**

$$NPSH_d = \frac{(p - p_s) 10^5}{\rho g} + h_c - J_a > NPSH_r$$

### **Hauteur d'aspiration :**

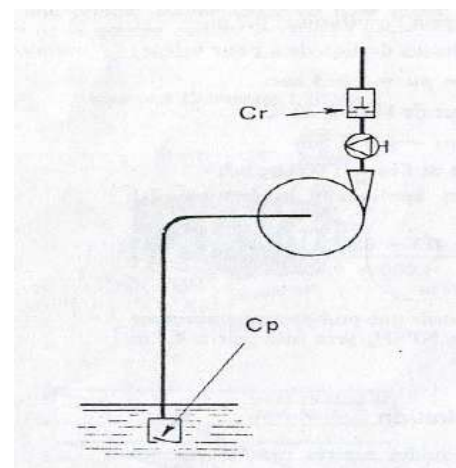
Les plans des liquides aspirés par les pompes , étant sauf cas particuliers , soumis à la pression atmosphérique , la hauteur théorique d'aspiration correspondra à la valeur de cette pression en mètre du liquide pompé , compte tenu des pertes de charge dans la conduite d'aspiration ,  
 $h_a \approx 5 \text{ à } 6 \text{ mCE}$ .

### **Amorçage :**

Les pompes volumétrique sont auto amorçant .  
 par contre les pompes centrifuges ne peuvent être mises en service si le corps de pompe et la tuyauterie d'aspiration ne sont pas remplis de liquide. Par construction une pompe centrifuge n'a pas de clapets d'aspiration et refoulement. A l'arrêt de la pompe nous aurons vidange de l'eau contenu dans le corps de pompe et les tuyauterie d'aspiration et de refoulement , si l'installation ne comporte pas de clapet de retenue Cr ni de clapet de pied Cp.

Sur le corps de pompe est prévu un orifice permettant le remplissage éventuel de celui-ci et de la tuyauterie d'aspiration (robinet d'amorçage ).

Si la pompe aspire (en charge ) sur un bac à eau ou à saumure, ces dispositifs ne sont pas à prévoir .



**Fonctionnement:**

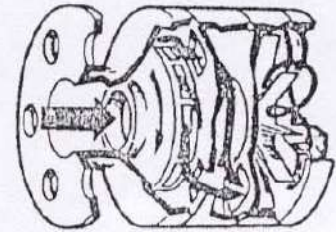
Le mouvement de la roue engendre une dépression au début du canal, en regard de la lumière d'aspiration: le gaz et le liquide sont admis dans l'étage...

Le canal d'évacuation d'air provoque un effet de piston liquide : le gaz rassemblé à la base des ailettes est rejeté par l'orifice d'évacuation d'air, le liquide est évacué par la lumière de refoulement.

**POMPES COMBINEES****A canal latéral**

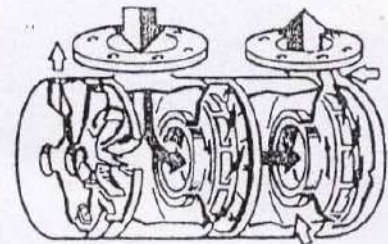
Le premier des étages à canal latéral est précédé d'une roue centrifuge à bas NPSH qui l'alimente sous faible pression.

Ces pompes auto-amorçantes ont un très bas NPSH. (jusqu'à 10cm)

**POMPE CENTRIFUGE COMBINEE**

Un élément de pompe à canal latéral fonctionne en parallèle avec les étages centrifuges.

Ces pompes auto-amorçantes ont un grand débit.





**Coup de bélier :**

Lorsque l'on arrête brutalement la circulation d'un liquide dans une tuyauterie il se crée une surpression appelé « Coup de bélier » .

Elle peut aussi être engendrée par un brusque démarrage de pompe (et) ou par une fermeture trop rapide d'une vanne ou d'un clapet.

**Explication du phénomène :**

Avant l'arrêt de la pompe la masse de liquide circule à une vitesse moyenne constante au moment de l'arrêt , cette masse de liquide va continuer à circuler pendant un temps très court créant au voisinage de la pompe une dépression , celle-ci va donner naissance à une << onde de dépression >> qui va parcourir toute la tuyauterie à la vitesse du son puis se réfléchir sous la forme d'une << onde de pression >> .C'est alors qu'apparaît le << Coup de bélier >> qui peut engendrer de graves détériorations .

**Solutions possibles :**

- Mise en marche ou arrêt progressif des pompes .
- Soupape de sécurité anti-coup de bélier .

## V.2 VENTILATEURS

### a) Généralités :

Les ventilateurs ont un rôle important dans les chaufferies, soit pour refouler l'air dans les foyers, soit pour maintenir une certaine pression dans ceux-ci (foyers pressurisés), ils sont aussi appelés à véhiculer des fluides poussiéreux ou non, chauds ou froids.

La hauteur manométrique totale dont ils sont capables est une caractéristique commune avec les pompes, mais sa valeur est beaucoup plus faible ( mm.C.E ou Pa ).

Le fluide dont il est question ici est compressible et cette particularité différencie également les ventilateurs des pompes. Il en est tenu compte dans la détermination des sections de passage

### b) Classification :

Les appareils les plus répandus sont du type centrifuge, les ventilateurs hélicoïdes désignés aussi sous le nom de ventilateurs axiaux

- ventilateurs centrifuge :  
sont constitués par une partie fixe appelé volute
- une partie mobile comportant une ou 2 roues ou turbines
- la volute est une conduite en tôle en forme d'escargot, dont la section va en croissant jusqu'à la sortie
- ventilateurs hélicoïdes :  
la roue est constituée par un moyeu sur lequel est fixé un certain nombre de pales correspondant à une surface hélicoïde

### c) courbes caractéristique des ventilateurs

les caractéristiques du ventilateur seront :

- le débit volumique :  $q_v$  ( $m^3 / h$  ou  $m^3 / s$ )
  - le débit masse :  $q_m$  ( $kg / h$  ou  $kg / s$ )  
avec  $q_m = \rho q_v$
  - la pression totale :  $p_t$
  - la puissance absorbée  $P$  en (W ou kW)
  - le rendement effectif  $n_{eff}$
  - la vitesse de rotation  $n$  (tr/min)
  - le niveau de puissance acoustique  $L_w$  en décibels (dB)
- Les valeurs de ces caractéristiques données par les constructeurs de ventilateurs le sont pour de l'air pris à 20°C et  $\rho = 1.2 \text{ kg} / \text{m}^3$
- pression totale :  $\Delta P_t$  :
  - la pression totale fournie par un ventilateur :  $\Delta P_t = P_r - P_{as}$
  - hauteur manométrique – pression : la hauteur manométrique représentant la pression que doit nous fournir le ventilateur a pour valeur
 
$$h_t = J_a + J_r \quad \text{en termes de hauteur}$$

$$\text{ou } P_t = \Delta P_a + \Delta P_r \quad \text{en termes de pression}$$
  - puissance absorbée théorique :  
Pour assurer un débit d'air sous une pression  $T_t$ ,  $P_{th} = q_v P_t$  (W)

- Rendement effectif :  $n_{\text{eff}} = n_h \cdot n_v \cdot n_{\text{méc}}$
- les valeurs moyennes :  $\eta_h = 0.7 \text{ à } 0.8$      $\eta_v = 0.9 \text{ à } 0.95$      $\eta_m = 0.95$

$$n_{\text{eff}} = 0.6 \text{ à } 0.72$$

Puissance réelle absorbée :

$$P_r = P_{\text{th}} / n_{\text{eff}}$$

Les courbes établies par le constructeur :

$P = f(q_v)$  courbe pression - débit

$n = f(q_v)$  courbe rendement - débit

$P = f(q_v)$  courbe puissance – débit

- Modification des caractéristiques :
- a) modification de la vitesse de rotation

$q_{v1} = q_v \cdot n_1 / n \text{ (m}^3/\text{s)}$
$q_{m1} = q_m \cdot n_1 / n \text{ (kg/s)}$
$P_{t1} = P_t \cdot (n_1 / n)^2 \text{ Pa}$
$P_1 = P \cdot (n_1 / n)^3 \text{ Watt}$

- b) variation de la masse volumique :

Débit volume	$q_{v1} = q_v$
Débit masse	$q_{m1} = q_m \cdot \rho_1 / \rho$
Pression totale	$P_{t1} = P_t \cdot \rho_1 / \rho$
Puissance	$P_{th1} = P_{th} \cdot \rho_1 / \rho$

- c) Influence de la température

$$\rho_1 / \rho = T / T_1$$

$$q_{v1} = q_v$$

$$q_{m1} = q_m \cdot T / T_1$$

$$P_{t1} = P_t \cdot T / T_1$$

$$P_1 = P \cdot T / T_1$$

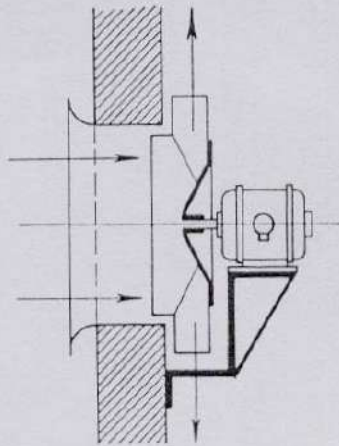


Fig. 34

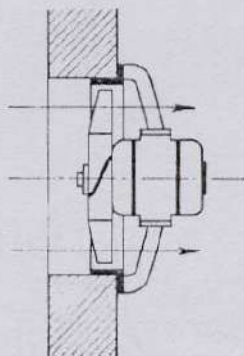


Fig. 35

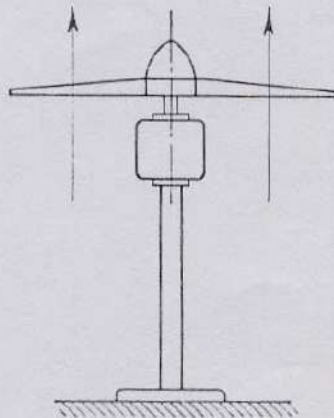


Fig. 36

#### SUIVANT LA PRESSION

Les ventilateurs, quelles que soient les trajectoires des filets de gaz sont alors classés en :

- ventilateurs « basse pression » si  $p_e \leq 700$  Pa (71,4 mm de hauteur de colonne d'eau);
- ventilateurs « moyenne pression » si  $710 \leq p_e \leq 3\,500$  Pa (357 mm de hauteur de colonne d'eau);
- ventilateurs « haute pression » si  $3\,500 \leq p_e \leq 20\,040$  Pa (1,965 mm de hauteur de colonne d'eau).

Ces pressions sont quelquefois données en centipèses. Nous rappelons l'équivalence entre le pascal, le centipèse et le millimètre de hauteur de colonne d'eau :

1 Pa = 0,1 cpz (centipèse) = 0,102 mm de hauteur de colonne d'eau.

Dans les installations frigorifiques et de climatisation les ventilateurs assurent la circulation d'air :

- sur les condenseurs à air et sur les évaporateurs ou frigorières;
- dans les gaines de distribution d'air placées dans les chambres froides;
- sur les économiseurs d'eau (tours de refroidissement d'eau) et sur les condenseurs à évaporation forcée;
- pour le renouvellement d'air dans les chambres froides.

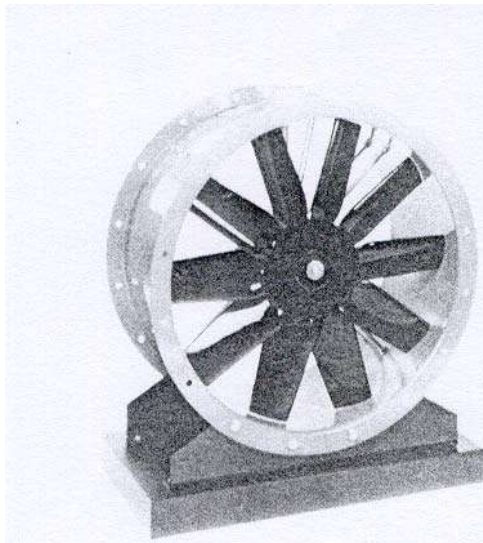
Les ventilateurs hélicoïdes sont utilisés pour les trois premiers cas concurremment avec les ventilateurs centrifuges si des considérations de bruit interviennent ce qui est le cas général des conduits de distribution d'air dans des locaux climatisés (les ventilateurs centrifuges sont silencieux). Les ventilateurs centrifuges pour le dernier cas car ils permettent l'obtention de débits faibles sous des pressions élevées.

#### Ventilateurs hélicoïdes

Les ventilateurs hélicoïdes (ou hélicoïdaux) servent au déplacement de grands volumes d'air sous de faibles pressions de 50 à 250 Pa (5 à 25 mm de colonne d'eau environ). Ils ont l'inconvénient d'être bruyants.

Dans ce type de ventilateur la circulation de l'air se fait sensiblement parallèlement à l'axe de rotation de l'hélice. Ces ventilateurs ne comportent





Ventilateur hélicoïde.

(Doc. Woods)

pas de volute mais une virole cylindrique de section constante réduite à un simple pavillon d'aspiration ou même à une couronne dans les ventilateurs « muraux ». A l'intérieur de cette virole tourne une roue munie de pales (3 à 12) qui peut être en tôle ou en alliage léger coulé. Ces pales sont plates ou galbées, avec un profil rappelant celui d'une aile d'avion. Elles comportent alors un bord d'attaque (1) et un bord de fuite (2) (fig. 37, a, b, c). Cette roue est montée en bout d'arbre du moteur de commande et tournera donc à la même vitesse que celui-ci.

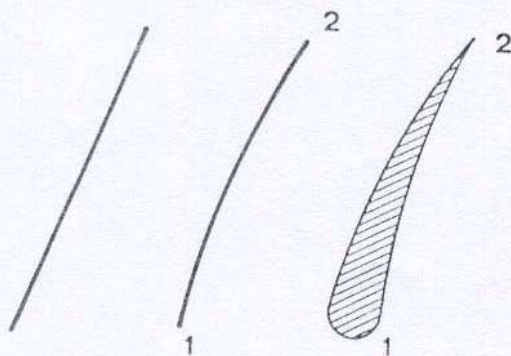


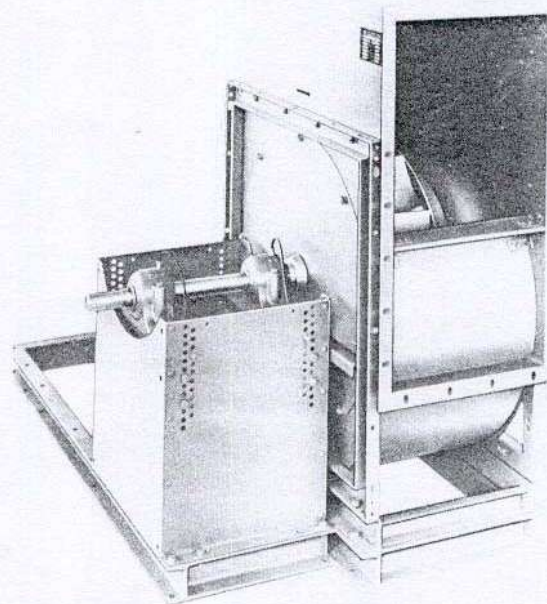
Fig. 37. – Pales de ventilateurs hélicoïde :

- a) Plate en tôle;
- b) Galbée en tôle;
- c) Galbée (alliage léger coulé).

Lorsque ces ventilateurs doivent donner des pressions élevées ( $p_e > 320$  Pa) l'enveloppe comporte un aubage fixe qui, s'il est placé en amont de la roue prend le nom d'incliner; et de redresseur s'il est placé en aval de la roue; une ogive de guidage des filets d'air complète bien souvent l'ensemble. Les ventilateurs hélicoïdes sont des machines réversibles; l'inversion du sens de rotation de la turbine provoquant une inversion du sens de circulation d'air. Si les pales de la turbine sont plates le même débit et le même rendement sont obtenus, par contre, si les pales sont galbées, l'inversion du sens de rotation provoquera une inversion du sens d'écoulement de l'air, mais la turbine travaillant par son bord de fuite nous donnera un débit inférieur au débit normal. Un retournement de la turbine conjugué avec l'inversion du sens de rotation nous permettra de retrouver les conditions initiales de fonctionnement.

### Ventilateurs centrifuges

Nous retrouvons tous les éléments déjà cités dans les pompes centrifuges et en sus un pavillon d'aspiration, dirigeant les filets d'air vers la roue :



Ventilateur centrifuge simple aspiration, turbine à réaction.

(Doc. Gebhardt-RER 18-800)



nous aurons donc (fig. 38) un pavillon d'aspiration (1) une roue (2) clavetée sur l'arbre d'entraînement, une volute (3) en forme de colimaçon. Les filets d'air qui se présentent à l'entrée de la roue parallèlement à l'axe de rotation s'infléchissent dans la turbine et quittent la roue dans une direction perpendiculaire à l'axe de rotation à vitesse élevée. La volute a pour rôle de faire chuter cette vitesse afin d'augmenter la pression de sortie de l'air. Pour des débits importants le ventilateur peut être à deux ouïes, l'aspiration de l'air se faisant de part et d'autre de la volute (fig. 39).

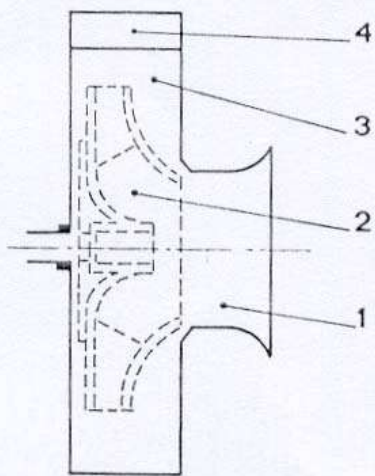


Fig. 38

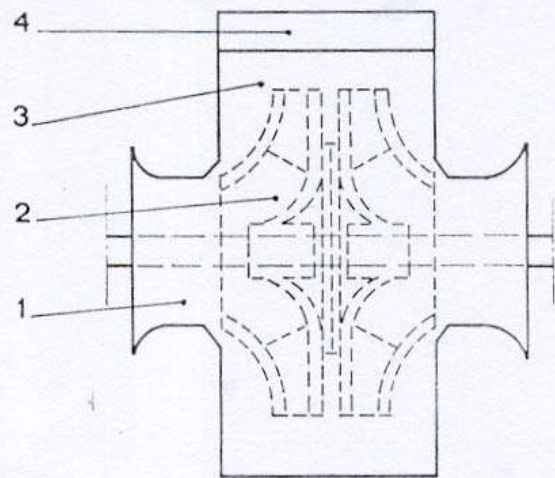


Fig. 39

Parmi les ventilateurs centrifuges utilisés dans les installations frigorifiques et climatiques, on distingue plusieurs types de roues qui se différencient par la forme des aubes (fig. 40). On peut citer à titre d'exemple :

- ventilateur centrifuge à aubes inclinées vers l'avant (ventilateur à action) ;
- ventilateur centrifuge à aubes inclinées vers l'arrière (ventilateur à réaction) ;
- ventilateur à aubes radiales (peu utilisé dans le domaine du froid et de la climatisation).

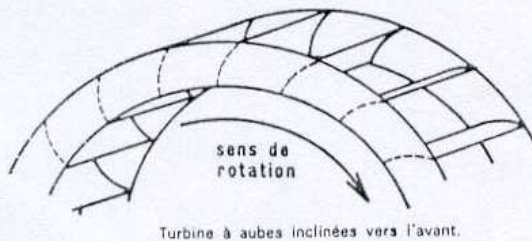


Fig. 40

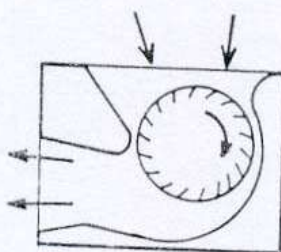
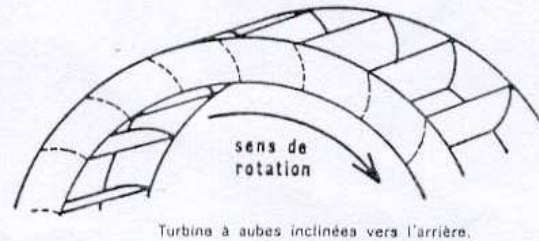
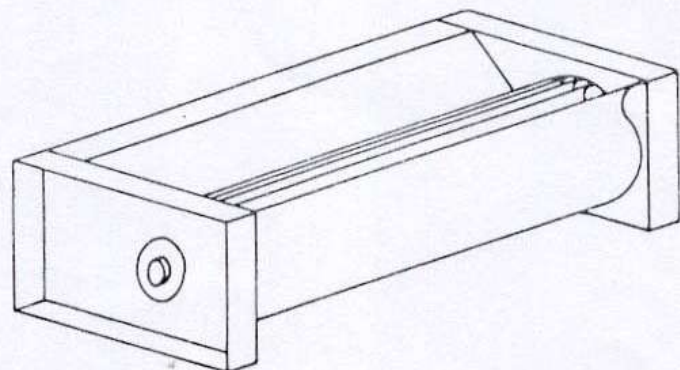


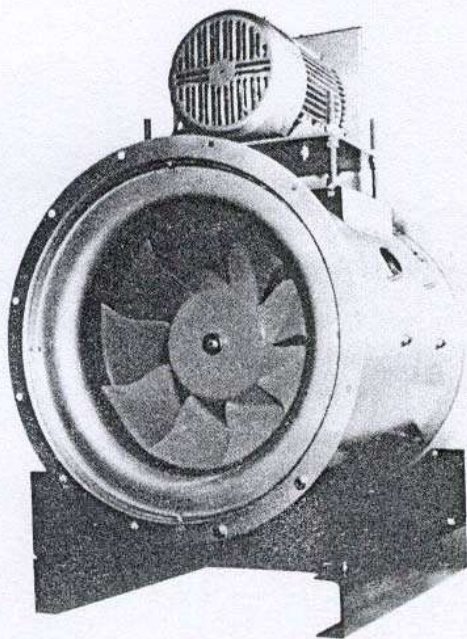
Fig. 40a. - Ventilateur tangentiel





### Ventilateurs hélicocentrifuges

Intermédiaires entre les ventilateurs centrifuges et les ventilateurs hélicoïdes, ils comportent les mêmes éléments constitutifs que les ventilateurs centrifuges. Leurs caractéristiques sont intermédiaires entre celles des ventilateurs centrifuges et hélicoïdes.



Ventilateur hélicocentrifuge

(Doc. Woods)

Les ventilateurs centrifuges et hélicocentrifuges ne sont pas réversibles; une inversion du sens de rotation normal provoquera un débit faible, mais l'air sortira toujours du ventilateur par l'orifice de refoulement.

#### Ventilateur tangentiel (fig. 40 a)

L'aspiration et le refoulement de l'air se font radialement. La roue de faible diamètre peut atteindre une largeur de 1 m.

Principaux avantages :

- faible niveau sonore
- encombrement réduit
- courbe caractéristique stable.

Inconvénients :

- faible pression totale
- faible rendement.

### Caractéristiques d'un ventilateur

Considérons un ventilateur, d'un type quelconque, inséré dans un circuit de ventilation (fig. 41).

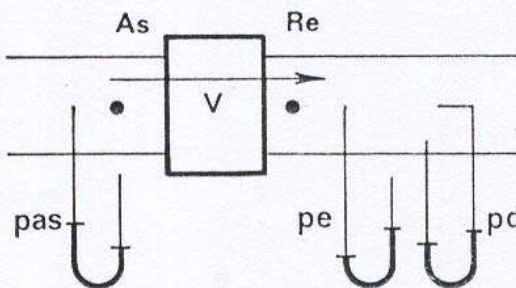


Fig. 41

Les caractéristiques du ventilateur seront :

- le débit volumique :  $q_v$  m<sup>3</sup>/h ou  $q_v$  m<sup>3</sup>/s ;
- le débit masse :  $q_m$  kg/h ou  $q_m$  kg/s ;
- la pression effective :  $p_e$  en pascals <sup>(1)</sup> ;
- la pression totale :  $p_t$  en pascals <sup>(1)</sup> ;
- la puissance absorbée  $P$  en watts ou kilowatts ;
- le rendement effectif  $\eta_e$  ;
- la vitesse de rotation  $n$  tr/min ;
- le niveau de puissance acoustique  $L_w$  en décibels (dB).

Les valeurs de ces caractéristiques données par les constructeurs de ventilateurs le sont pour de l'air pris à 20 °C et de masse volumique  $\rho = 1,2$  kg/m<sup>3</sup>.

#### 1. Débit volumique $q_v$

Quel que soit le type de ventilateur, il dépend des dimensions géométriques de celui-ci, exprimé comme déjà indiqué en m<sup>3</sup>/h ou m<sup>3</sup>/s.

#### 2. Débit masse $q_m$

C'est le nombre de kilogrammes d'air sec qui traverseront le ventilateur, il s'exprimera soit en kilogrammes par heure soit en kilogrammes par seconde. Le débit masse  $q_m$  est lié au débit volume  $q_v$  par la relation

$$q_m = q_v \rho$$

$\rho$  : masse volumique de l'air où a été calculé le débit volume.

<sup>(1)</sup> Bien que le pascal soit l'unité légale de pression, on exprime souvent ces grandeurs en millimètres de colonne d'eau.

**Module : Ecoulement des fluides**

**GUIDE DES TRAVAUX DIRIGES**



**I. TD.1****I.1. Objectif(s) visé(s) :**

- Connaître les propriétés d'un fluide
- 

**I.2. Durée du TP:  
4 Heures**

I.1. Qu'appelle-t-on un fluide isotrope.

I.2. Quelle est la différence entre un liquide et un gaz.

I.3. Définir les forces de surface et les forces de volume

I.4. La masse volumique de l'air à 0°C et à la pression atmosphérique normale  $10,13 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$  est  $\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$

- Déterminer le volume massique de l'air dans ces conditions
- Dans les mêmes conditions, quel est le volume occupé par 0,5 KG d'air

Rép :  $V' = 0,77 \text{ m}^3/\text{kg}$  ;  $V = 0,387 \text{ m}^3$

**II.TD.2****II.1. Objectif(s) visé(s) :**

- Connaître la pression en un point du fluide.
- Connaître les lois qui régissent les fluides au repos.

**II.2. Durée du TP:  
3 Heures****II.1**

Exprimer en différentes unités une pression atmosphérique de 740 mm de mercure

**II.2**

Un tube manométrique fait un angle de  $30^\circ$  avec l'horizontal.

Le niveau de l'eau dans le tube est à la division 120 mm sur la règle.

Quelle est la pression effective du gaz dans le réservoir ?

Rép :  $P_{ef} = 600 \text{ N/m}^2$ .

**II.3**

Calculer la pression de l'eau au point bas d'une conduite de distribution d'eau,

l'altitude de la surface libre dans le château d'eau est  $Z_1 = 195 \text{ m}$

l'altitude du pt bas est  $Z_2 = 82 \text{ m}$ .

A quelle pression effective est soumise la paroi de la conduite ?

On donne  $g = 10 \text{ m/s}^2$   $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$   $P_a = 10 \text{ N/cm}^2$ .

Réponse :  $P_{eff} = P_2 - P_a = \rho g (Z_1 - Z_2) = 113 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$  ( $113 \text{ N/cm}^2$ )

$$P_2 = 123 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$$

**II.4**

La section de sortie d'une conduite circulaire diamètre 1,2m est fermée par une vanne-papillon de plan vertical.

Hauteur de la surface libre de l'eau au dessus du centre du papillon 5m.

Déterminer la poussée sur le papillon.

Rép :  $F = 56,5 \cdot 10^3 \text{ N}$ .

**II.5**

Déterminer la tension  $T$  du fil très fin qui supporte une masse d'acier de 20 kg plongée dans l'eau.

On donne :  $\rho_s = 7800 \text{ kg/m}^3$   $g = 10 \text{ m/s}^2$   $\rho_e = 10^3 \text{ kg/m}^3$

Rép:  $T = 175 \text{ N}$

## III.TD.3

## III.1. Objectif(s) visé(s) :

- Savoir appliquer, les lois qui régissent les fluides en écoulement : loi de Bernoulli et Bernoulli généralisé.
- Déterminer les paramètres physiques d'un fluide en écoulement.

## III.2. Durée du TD:

10 Heures

## III

1. Niveau de l'eau dans un château d'eau :  $z_1 = 325$  m.

Point le plus bas du réseau de distribution :  $z_2 = 240$  m.

Calculer la vitesse de l'eau à la sortie d'un robinet placé à ce point le plus bas.

Le robinet a un diamètre intérieur  $d = 15$  mm.

Quel serait le débit en volume de l'eau, le robinet étant ouvert au maximum.

NOTA : Le jet de l'eau à la sortie du robinet est entouré d'air à la pression atmosphérique, donc  $p_2 = p_a$ .

Réponses :  $c_2 \approx 41$  m/s,  $q_v = 7,2$  dm<sup>3</sup>/s

2. Considérer le tuyau d'alimentation d'une lance à incendie à la sortie de la pompe (point 1) et la lance elle-même (sortie, point 2).

Négliger la différence d'altitude ( $z_2 - z_1$ ).

En 2 :  $p_2 = p_a$ ,  $c_2 = 100$  m/s.

En 1 :  $c_1 = 10$  m/s.

Calculer la pression de l'eau  $p_1$ , nécessaire pour obtenir cette vitesse  $c_2 = 100$  m/s.

Réponse :  $p_1 = 505$  N/cm<sup>2</sup>

3. Une pompe aspire l'eau d'un puits.

La pression de l'eau dans la conduite d'aspiration au niveau de la pompe installée à la sortie du puits doit être au moins égale à  $40\,000$  N/m<sup>2</sup>, soit  $4$  N/cm<sup>2</sup>.

Vitesse de l'eau dans la conduite d'aspiration  $3$  m/s.

Déterminer la différence d'altitude de l'eau dans le puits et de l'eau à l'entrée de la pompe.

Réponse :  $H \approx 5,55$  m

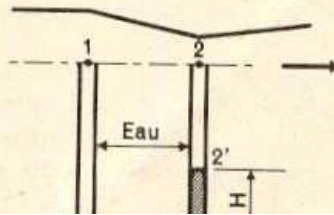
Le tube manométrique en U à mercure est relié aux prises de pression 1 et 2 d'un venturi par des tubes remplis d'eau (fig. 7).  
En appliquant la loi de la statique des fluides entre les points 1-1', 2-2', 1'-2', montrer que :

$$p_1 - p_2 = (\rho' - \rho) g.H.$$

$\rho'$  et  $\rho$ , masses volumiques du mercure 13 600 kg/m<sup>3</sup> et de l'eau 1 000 kg/m<sup>3</sup>;  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .  
On mesure  $H = 80\text{ mm}$ .

Calculer la vitesse  $c_1$ ; le venturi utilisé est celui de la quatrième application de la leçon.

Réponse :  $c_1 = 4\text{ m/s}$



2. Une conduite forcée va d'un barrage-réservoir (altitude 845 m) à la turbine (altitude 625 m).

Le débit maximal est  $q_v = 0,4\text{ m}^3/\text{s}$  et la vitesse de l'eau dans la conduite doit être inférieure ou égale à 6 m/s.

Déterminer le diamètre de la conduite et la pression effective maximale à laquelle est soumise sa paroi.

Réponses :  $d = 300\text{ mm}$ ,  $\approx 218\text{ N/cm}^2$



1. Considérer une pompe entre sa bride d'entrée (point 1) et sa bride de sortie (point 2).

On a mesuré :

$$p_1 = 10 \times 10^4 \text{ N/m}^2, c_1 = 4 \text{ m/s},$$

$$p_2 = 40 \times 10^4 \text{ N/m}^2, c_2 = 8 \text{ m/s},$$

différence d'altitude  $z_2 - z_1 = 1,2 \text{ m}$ .

Déterminer le travail reçu par chaque kilogramme d'eau dans la traversée de la pompe.

La pompe fournit un débit de  $12 \text{ dm}^3/\text{s}$ ; quelle est la puissance absorbée par la pompe?

Réponses :  $W_{12} = 336 \text{ J/kg}$ ,  $\mathcal{T} \approx 4 \text{ kW}$

2. Cas de la turbine représentée

On donne :

$$H_g = 6,5 \text{ m}, z_1 - z_2 = 4 \text{ m}, \text{ débit en volume } 1,5 \text{ m}^3/\text{s}$$

Déterminer :

$W_{15}$ , la puissance  $\mathcal{T}$ , la pression  $p_2$  à l'entrée de la turbine (remarquer que  $c_2 = 0$ ).

Réponses :  $W_{15} = -65 \text{ J/kg}$ ,  $97,5 \text{ kW}$ ,  $p_2 = 14 \times 10^4 \text{ N/m}^2$

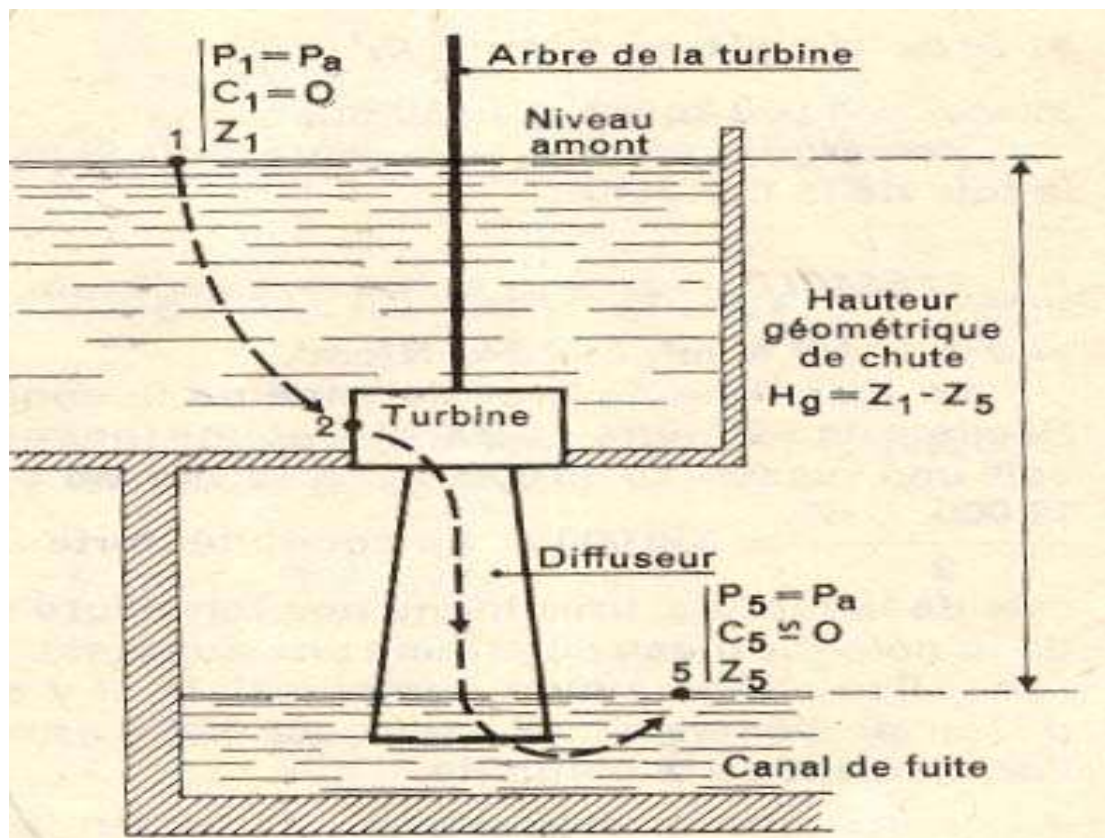
3. Une pompe d'épuisement de mine refoule  $80 \text{ dm}^3/\text{s}$  d'eau de l'altitude  $-700 \text{ m}$  (fond de la mine, point 1) au niveau du sol (altitude zéro, point 2).

On donne :

$$c_1 = 0, c_2 = 6 \text{ m/s}.$$

Déterminer  $W_{12}$ , travail échangé entre système (1 kg d'eau) et milieu extérieur, et la puissance nécessaire.

Réponses :  $\approx 7000 \text{ J/kg}$ ,  $\approx 560 \text{ kW}$



**IV.TD.4 Calcul de pertes de charge :****IV.1. Objectifs visés :**

- Savoir : - Déterminer le régime d'écoulement.
- Déterminer la perte de charge.

**IV.2 Durée du TD : 10 Heures****Exercice IV.1 :**

Soit une tuyauterie reliant une citerne à fuel à un brûleur, son diamètre extérieur étant  $D = 8$  mm, son épaisseur  $e = 1$  mm, le fuel y circulant à la vitesse  $w = 0,1$  m/s. Calculer la perte de charge répartie de cette tuyauterie par mètre de longueur sachant que la viscosité  $\nu$  du fuel est égale à  $6 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s à la température de 15 °C et sa masse volumique  $\rho$  à 860 kg/m<sup>3</sup>.

**Solution**

On commence par déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent. Comme :

$$\begin{aligned} Re &= \frac{w \cdot d}{\nu} \\ &= \frac{0,1 \times (0,008 - 2 \times 0,001)}{6 \cdot 10^{-6}} \\ &= 100, \end{aligned}$$

donc inférieur à 2320, on a bien affaire à un écoulement de type laminaire.

D'où la perte de charge répartie linéaire :

$$\begin{aligned} \Delta p_r &= 32 \cdot \frac{1}{d^2} \cdot \nu \cdot \rho \cdot w \text{ en Pa/m} \\ &= 32 \times \frac{1}{(0,006)^2} \times 6 \cdot 10^{-6} \times 860 \times 0,1 \\ &= 460 \text{ Pa/m} \\ &= 4,6 \text{ mbar/m.} \end{aligned}$$

**Exercice IV.2 :**



Calculer le coefficient de perte de charge répartie  $\lambda$  d'une tuyauterie en acier du commerce sachant que son diamètre nominal est  $DN = 100$  mm et qu'elle véhicule de l'eau chaude à la température de  $80^\circ\text{C}$  et à la vitesse  $w = 1$  m/s.

On commence par calculer les deux rapports  $Re = w \cdot d/\nu$  et  $\varepsilon/d$ . On a :

$$w = 1,0 \text{ m/s,}$$

$$d = 0,1 \text{ m/s}$$

$$\nu = 0,37 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \text{ (tableau 141-7)}$$

soit

$$\begin{aligned} Re &= \frac{1,0 \times 0,1}{0,37 \cdot 10^{-6}} \\ &= 2,7 \cdot 10^5. \end{aligned}$$

Par ailleurs, en partant pour la rugosité absolue  $\varepsilon$  de  $0,045$  mm (tableau 148-2) soit  $4,5 \cdot 10^{-5}$  m, on obtient :

$$\varepsilon/d = 4,5 \cdot 10^{-4}.$$

Partant de là, la figure 148-3 donne :

$$\lambda = 0,018.$$

Soit une conduite de vapeur intérieurement rouillée en diamètre  $DN 25$  dans laquelle circule de la vapeur à la vitesse  $w = 15$  m/s et à la pression effective de  $0,1$  bar.

$$\nu = 21,6 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{Rep: } Re = 1,97 \cdot 10^4, \lambda = 0,065 \text{ (fig.1)}$$

#### Exercice IV.4

Soit une canalisation dans laquelle s'écoule du fuel dans les conditions suivantes :

- diamètre de la canalisation  $d = 50$  mm pour une longueur  $l = 100$  m,
- vitesse de circulation du fuel  $w = 0,6$  m/s,
- masse volumique du fuel :  $\rho = 850$  kg/m<sup>3</sup> pour une viscosité de  $40^\circ\text{E}$ .

Déterminer la perte de charge de cette tuyauterie.

**Solution**

Commençons par déterminer le nombre de Reynolds de l'écoulement à partir des éléments suivants :

$$w = 0,6 \text{ m/s,}$$

$$d = 0,050 \text{ m,}$$

$$\nu = 303 \text{ mm}^2/\text{s} \text{ (tableau 136-26)}$$

$$= 303 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s.}$$

ce qui donne :

$$\text{Re} = w \cdot d / \nu$$

$$= 99.$$

Il s'agit donc d'un écoulement laminaire puisque  $\text{Re} < 2320$  et par conséquent :

$$\lambda = 64 / \text{Re}$$

$$= 64 / 99$$

$$= 0,65,$$

valeur que l'on peut également lire dans la partie extrême gauche de la figure 148-3.

D'où la perte de charge de la tuyauterie :

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot w^2$$

$$= 0,65 \times \frac{100}{0,050} \times \frac{850}{2} \times 0,6^2$$

$$= 198\,900 \text{ Pa}$$

$$\approx 2 \text{ bar.}$$



**Exercice IV .5:**

Soit une tuyauterie de diamètre nominal DN 300 (diamètre intérieur égal à 300 mm) dans laquelle circule un débit-masse de vapeur  $q_m$  de 40 000 kg/h. Sachant que la pression initiale de la vapeur est  $p_1 = 12$  bar et sa température  $t_1 = 300$  °C, calculer la perte de charge de cette tuyauterie sachant que sa longueur totale développée mesurée dans l'axe est  $l = 500$  m (longueur totale développée = longueur des parties droites régulières, des tronçons irréguliers et des accessoires) et qu'elle comporte 10 coudes à 90° (pour lesquels  $R = 3 d$ ), 5 vannes d'arrêt, 6 lyres de

dilatation à soufflet et 2 séparateurs d'eau. On supposera que la rugosité absolue  $\varepsilon$  de la tuyauterie est égale à 0,1 mm.

**V. TD.5****V.1 Objectifs visés :**

- Le stagiaire doit être capable de :

- Calculer les caractéristiques des machines hydrauliques.
- Choisir la machine à installer.

**V.2 Durée du TD : 10 Heures****Exercice V1.2.3.4.5.6 :**

- 1) Calculer en kW la puissance théorique absorbée par une pompe à eau débitant 5 000 litres heure sous une hauteur manométrique totale de 30 mètres ?  
 2) Admettant comme valeur des rendements  $\eta_n = 0.8$ ,  $\eta_v = 0.9$ , et  $\eta_m = 0.9$ , déterminer la puissance utile à fournir à cette pompe en kW.  
 Prendre  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

Réponses : 1) 408 W,  
 2) 630 W.

- Une pompe centrifuge débite 10 000 litres heure sous une hauteur manométrique totale de 12 mètres et absorbe une puissance de 0.870 kW. (Valeurs relevées sur un catalogue de constructeur).  
 Déterminer le rendement global de cette pompe dans les conditions de fonctionnement ci-dessus.  
 Prendre  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

Réponse : 0,37.

- On a relevé sur les courbes caractéristiques d'une pompe centrifuge des valeurs suivantes :

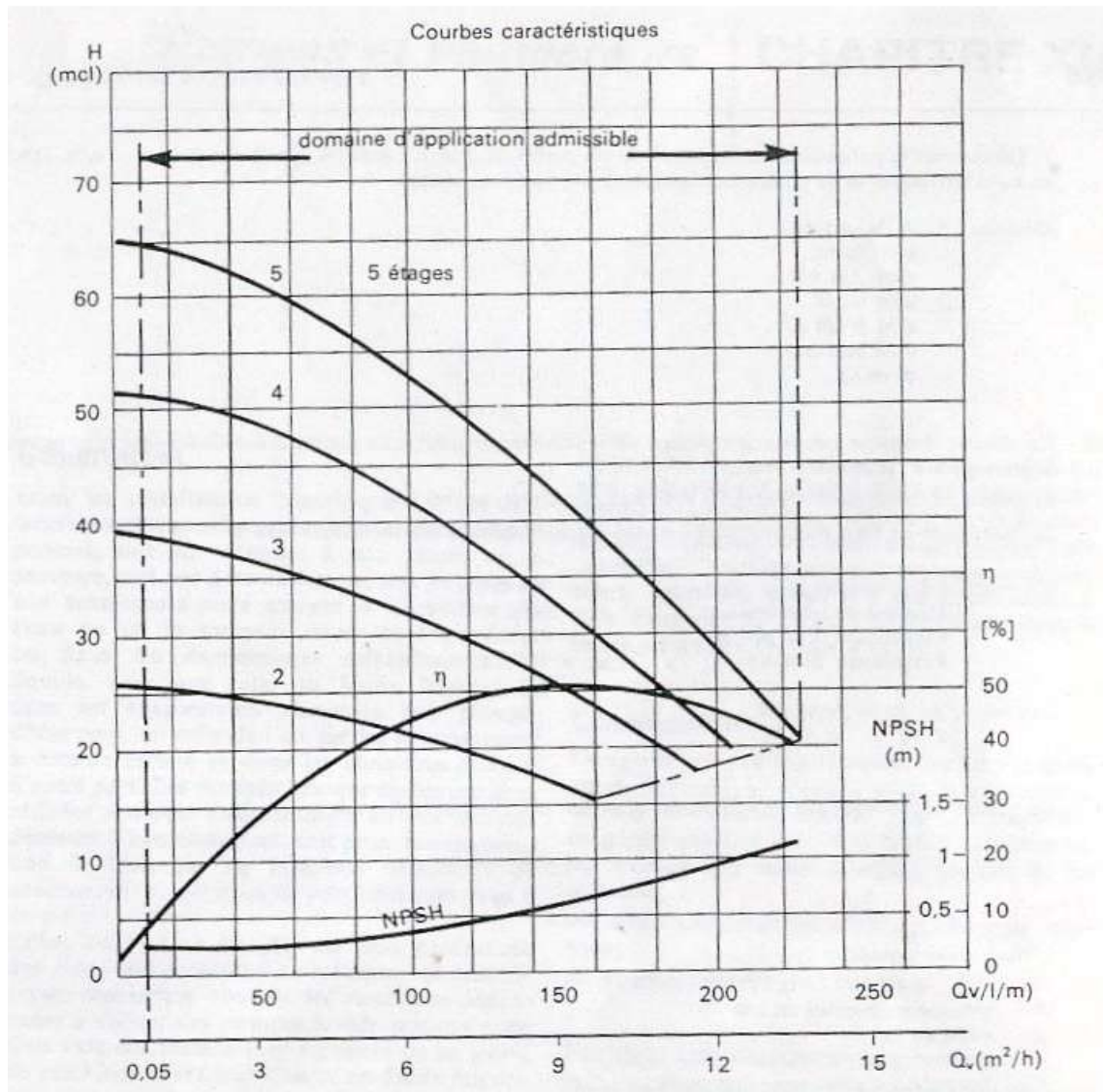
Vitesse de rotation $n$ tr/min	Débit : $q_v$ ( $\text{m}^3/\text{h}$ )	Hauteur manométrique totale : $h$ m	Puissance absorbée : $P$ kW
1 450	0	6,05	0,068
	2	5,85	0,0925
	4	5,15	0,116
	6	3,85	0,140

Calculer en appliquant les lois de la similitude mécanique ce que deviendraient théoriquement ces débits, hauteurs manométriques et puissances absorbées si l'on faisait tourner cette pompe à une vitesse de rotation  $n = 2850 \text{ tr/min}$ .

- Le débit de fluide véhiculé par une pompe à fluide frigorigène est de  $17 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$  soit  $6 \text{ m}^3/\text{h}$  dans le cas de fonctionnement à pleine charge. La perte de charge du circuit dans ces conditions est de  $\Delta P = 21 \text{ m}$  colonne de liquide.

- 1) Sélectionner la pompe d'après le document ci-joint.
  - 2) Déterminer le rendement et le NPSH de la pompe dans les conditions de fonctionnement définies ci-dessus.
  - 3) Calculer la puissance théorique de la pompe.
  - 4) Calculer la puissance réelle à fournir.
- Données :  $\rho = 1,36 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$   $g = 9,8$

Réponses : 1) Pompe à 2 étages.  
 2)  $NPSH = 0,4 \text{ m CF}$ ,  $\eta = 44 \%$   
 3)  $P_{th} = 476 \text{ W}$ .  
 4)  $P_r = 1 082 \text{ W}$ .



5 - Les caractéristiques  $H_T = f(q_c)$  et  $\eta = f(q_c)$  d'une pompe centrifuge, à vitesse constante  $N = 1\,470$  tours/min sont données par le tableau suivant :

$q_c$ (l/s)	0	10	20	30	40	50	55	60	70	80
$H_T$ (m)	460	495	507	502	490	465	446	430	390	345
$\eta$ (%)	0	26	46	59	67,5	71	72	71,5	67,6	62

La hauteur d'élevation géométrique de l'installation est de 120 m ; le débit refoulé par la pompe est 50 l/s.  
 1) Déterminer le point de fonctionnement ( $H$ ,  $q_c$ ) et la puissance absorbée par la pompe.

- Les courbes caractéristiques d'un ventilateur centrifuge nous donnent pour une température d'air de 20 °C et une pression de 101 325 Pa ( $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ ):

débit volume 60 000 m<sup>3</sup>/h

pression totale 500 Pa

puissance à fournir 12 000 W.

Déterminer les nouvelles caractéristiques du ventilateur si la température d'air est égale à :

1) - 10 °C.

2) + 40 °C.

Réponses : a) - 10 °C.

$$q_v = 60\,000 \text{ m}^3/\text{h.}$$

$$p_t = 519 \text{ Pa.}$$

$$P = 12\,456 \text{ W.}$$

b) + 40 °C.

$$q_v = 60\,000 \text{ m}^3/\text{h.}$$

$$p_t = 436 \text{ Pa.}$$

$$P = 10\,466 \text{ W.}$$



**EVALUATION DE FIN DE MODULE****Question 1 :**

- 1- Qu'appelle-t-on écoulement permanent.
- 2- Définir un fluide isotrope.
- 3- La masse volumique d'un fluide compressible reste constante vrai ou faux.
- 4- Qu'appelle-t-on forces de volumes.

**Question 2 :**

Le tube manométrique en U à mercure est relié aux prises de pression 1 et 2 d'un venturi (voir fig) par des tubes remplis d'eau.

1- Montrer que  $P_1 - P_2 = (\rho' - \rho) g \cdot h$

$\rho'$  : masse volumique du mercure =  $13.600 \text{ kg/m}^3$

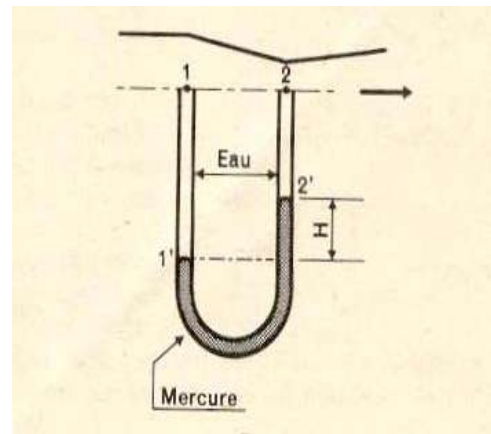
$\rho$  : masse volumique de l'eau =  $1000 \text{ kg/m}^3$

$g$  :  $9,8 \text{ m/S}^2$  ;  $H = 80 \text{ mm}$

2- Calculer la vitesse  $C_1$  sachant que

$$S_1 = 78,5 \text{ cm}^2 \text{ et } \frac{S_1}{S_2} = 1,5$$

la pression effective maximale à laquelle est soumise sa paroi.

**Question 3 :**

Un glaçon de forme cylindrique (hauteur  $h = 3 \text{ cm}$ , rayon  $R = 1 \text{ cm}$ ) flotte à la surface de l'eau. On appelle « a » la hauteur à l'aire libre.

Connaissant les masses volumique de l'eau

$\rho_e = 10^3 \text{ Kg/m}^3$  et de la glace  $\rho_s = 920 \text{ kg/m}^3$

1- Déterminer le rapport  $a/h$ .

2- Quelle force doit-on exercer verticalement avec l'extrémité d'une Paille pour maintenir ce glaçon à la lisière de la surface de l'eau (même niveau que l'eau).

**Question 4 :**

Une conduite forcée va d'un barrage-réservoir (altitude 845m) à la turbine (altitude 625m)

Le débit maximal est  $q_v = 0,4 \text{ m}^3/\text{s}$  et la vitesse de l'eau dans la conduite doit être inférieure ou égale à  $6 \text{ m/s}$ .

1- Déterminer le diamètre de la conduite.

2- Déterminer la pression effective maximale à laquelle est soumise sa paroi .

**Question 5 :**

Une pompe d'épuisement de mine refoule  $70 \text{ dm}^3/\text{s}$  d'eau de (l'altitude (-800 m) fond de la mine (point 1) au niveau d'un château à une altitude de 10 m (point 2)

On donne :  $C_1 = 0$  ,  $C_2 = 5\text{m/s}$

- 1- Déterminer  $W_{12}$  travail échangé par unité de masse.
- 2- Déterminer la puissance nécessaire.

**Question 6 :**

–La viscosité cinématique d'une huile de graissage est :

$$\nu = 210^{-5} \text{ m}^2/\text{s}, \text{ masse volumique de cette huile : } \rho = 860 \text{ kg/m}^3$$

Quelle est la valeur de la viscosité dynamique.

**Question 7 :**

Une conduite de diamètre 100 mm débit 50 dm<sup>3</sup>/s d'eau à la T° ordinaire ( $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s )

- 1- Calculer la vitesse d'écoulement.
- 2- Déterminer le type d'écoulement.

**Question 8 :**

Les caractéristiques de l'écoulement du gas-oil dans le tube d'alimentation d'un injecteur de moteur diesel :  $D = 4 \text{ mm}$ ,  $C = 20\text{m/s}$ ,  $\mu = 3.10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ,  $\rho = 860 \text{ kg/m}^3$

- 1- Calculer le nombre de Reynolds :  $Re$ .
- 2- Déterminer le coefficient de perte de charge.

$$0,316$$

$\lambda$  selon la formule de BLASIUS  $\lambda = \frac{0,316}{R^{0,25}}$

- 3- Déterminer la chute de pression due au frottement visqueux dans une conduite de longueur 1.4 m ; avec

$$\Delta P_r = \rho \lambda \frac{l}{D} \frac{c^2}{2} \text{ en N/m}^2.$$

**Question 9 :**

Une pompe centrifuge débite 10 m<sup>3</sup>/h sous une hauteur manométrique totale de 12 m et absorbe une puissance de 0,87 kw (valeur relevée sur un catalogue de constructeur).

- 1- Déterminer le rendement global de cette pompe ( $g = 9,8\text{m/s}^2$ ).

La vitesse de rotation était  $n = 1450 \text{ tr/min}$  si on faisait tourner cette pompe à une vitesse de rotation  $n_1 = 2850 \text{ tr/min}$ , que deviendraient :

- a) La hauteur manométrique totale.
- b) Le débit volumique.
- c) La puissance absorbée.

**Liste des références bibliographiques**

<b>Ouvrage</b>	<b>Auteur</b>	<b>Edition</b>
- Cours de mécanique R. BASQUIN	G.LEMASSON	DELAGRAVE
- Installation frigorifique	P.J RAPIN P-JACQUAR	PYC
- Catalogues deconstructeurs		
- Calcul des pertes de charge	A.BOUSSICAUD	Les éditions parisiennes
- Les machines transformatrices d'énergie tome 1	G. Le Masson	DELAGRAVE
- Manuel pratique du génie climatique	RECKNAGEL	PYC