OFPPT

ROYAUME DU MAROC

مكتب التكوين المهني وإنعاش الشغل

Office de la Formation Professionnelle et de la Promotion du Travail

DIRECTION RECHERCHE ET INGENIERIE DE FORMATION

SECTEUR ELECTROTECHNIQUE

RESUMES DE THEORIE ET TRAVAUX PRATIQUES

Module n° 19:

LOGIQUE COMBINATOIRE

SPECIALITE : ÉLECTROMECANIQUE DES SYSTEMES AUTOMATISES

NIVEAU : TECHNICIEN SPECIALISE

ANNÉE : 2001

Remerciements

La DRIF remercie les personnes qui ont participé ou permis l'élaboration de ce Module (***Logique combinatoire).***

Pour la supervision

- M. Mustapha ESSAGHIR : Chef de la Division Modes et Méthodes de Formation
- M. Brahim KHARBOUCH : Chef de projet marocain PRICAM-RGE
- M. René LAPIERRE : Chef de projet canadien PRICAM-RGE
- M. Jocelyn BERTRAND : Expert canadien

Pour l'élaboration

- Mme Najat FARHANE – Responsable CFF/Électrotechnique(ISIC)
- Mme Carmen DINCA – Formatrice au CFF/Électrotechnique(ISIC)
- Mme Naima EL KORNO – Formatrice au CFF/Électrotechnique(ISIC)
- Mme Meryem SKALI – Formatrice au CFF/Électrotechnique(ISIC)
- M. A. EL YAKOUTI – Formateur au CFF/Électrotechnique(ISIC)

Pour le secrétariat

- Melle Fatima Zahra MOUTAWAKIL

Les utilisateurs de ce document sont invités à communiquer à la DRIF toutes les remarques et suggestions afin de les prendre en considération pour l'enrichissement et l'amélioration de ce programme.

Mme EL ALAMI

DRIF

SOMMAIRE

PRESENTATION OU PREAMBULE

L'étude du Module 6 : ***Logique combinatoire.*** permet d'acquérir les savoirs, savoirs-faire et savoirs-être nécessaires à la maîtrise de la compétence.

Ce résumé de théorie et recueil de travaux pratiques est composé des éléments suivants :

Le projet synthèse faisant état de ce que l'apprenti devra **savoir-faire** à la fin des apprentissages réalisés dans ce module, est présenté en début du document afin de bien le situer. La compréhension univoque du projet synthèse est essentielle à l'orientation des apprentissages.

Viennent ensuite, les résumés de théorie suivis de travaux pratiques à réaliser pour chacun des objectifs du module.

Les objectifs de second niveau (les préalables) sont identifiés par un préfixe numérique alors que les objectifs de premier niveau (les précisions sur le comportement attendu) sont marqués d'un préfixe alphabétique.

Le concept d'apprentissage repose sur une pédagogie de la réussite qui favorise la motivation de l'apprenti, il s'agit donc de progresser à petits pas et de faire valider son travail.

Les apprentissages devraient se réaliser selon les schémas représentés aux pages qui suivent :

SCHÉMA D'APPRENTISSAGE D'UN OBJECTIF

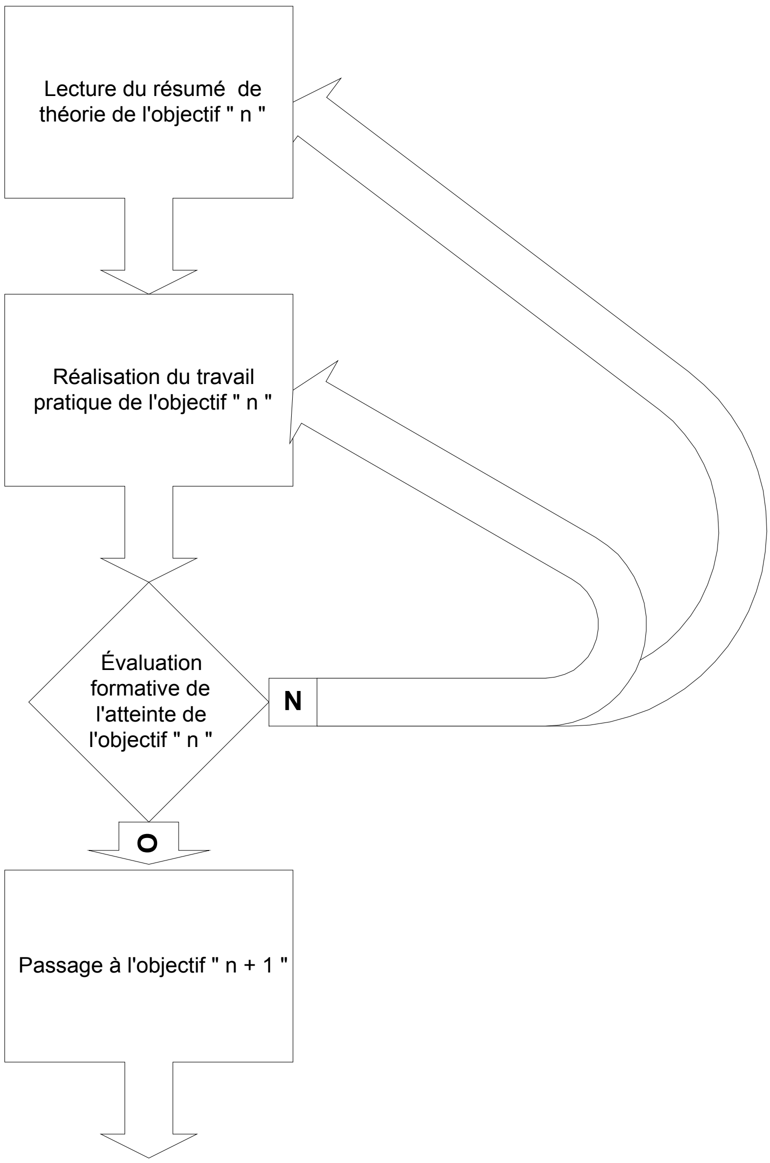
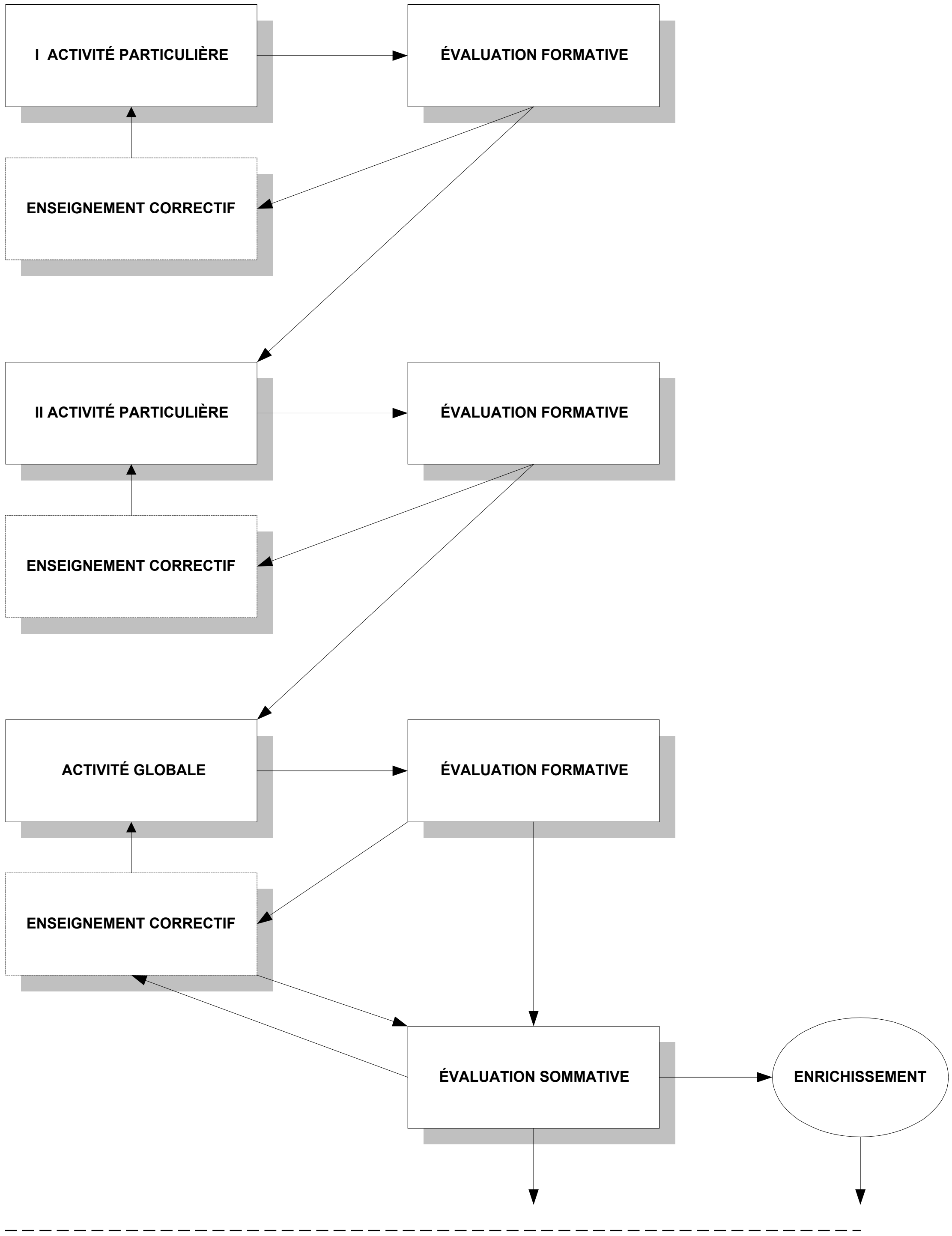


SCHÉMA DE LA STRATÉGIE D'APPRENTISSAGE



Module 6 : LOGIQUE COMBINATOIRE

Code : **Durée : 45 h**

OBJECTIF OPÉRATIONNEL DE PREMIER NIVEAU
DE COMPORTEMENT

COMPORTEMENT ATTENDU

Pour démontrer sa compétence l'apprenti doit
appliquer des notions de logique combinatoire
selon les conditions, les critères et les précisions qui suivent.

CONDITIONS D'ÉVALUATION

- À partir :
  - de directives;
  - d'une équation non simplifiée.
- À l'aide :
  - de manuels techniques;
  - de fiches techniques;
  - de composants logiques;
  - d'outils et d'instruments de mesure;
  - de matériaux d'assemblage;
  - de l'équipement de protection individuelle.

CRITÈRES GÉNÉRAUX DE PERFORMANCE

- Travail méthodique et minutieux.
- Utilisation appropriée du matériel et des instruments de mesure.
- Montage opérationnel et conforme à l'équation.

(à suivre)

OBJECTIF OPÉRATIONNEL DE PREMIER NIVEAU
DE COMPORTEMENT(suite)

PRÉCISIONS SUR LE COMPORTEMENT ATTENDU	**CRITÈRES PARTICULIERS DE PERFORMANCE**
A. Appliquer des notions d'algèbre booléenne.	- Respect des règles.
B. Effectuer des conversions entre des bases numériques et des codes.	- Exactitude des conversions.
C. Établir les tables de vérité d'un circuit.	- Construction selon les règles prescrites. - Exactitude des résultats.
D. Réduire des équations par la méthode de Karnaugh.	- Regroupement optimal des variables. - Clarté du schéma.
E. Traduire des équations en schémas.	- Conformité du schéma avec l'équation. - Clarté du schéma.
F. Monter des circuits de base.	- Sélection judicieuse des composants en fonction des directives de départ. - Conformité du montage avec le schéma. - Respect des règles de santé et de sécurité au travail. - Qualité du montage.

OBJECTIFS OPÉRATIONNELS DE SECOND NIVEAU

l'apprenti DOIT MAÎTRISER LES SAVOIRS, SAVOIR-FAIRE, SAVOIR PERCEVOIR OU SAVOIR ÊTRE JUGÉS PRÉALABLES AUX APPRENTISSAGES DIRECTEMENT REQUIS POUR L'ATTEINTE DE L'OBJECTIF DE PREMIER NIVEAU, TELS QUE :

Avant d'apprendre à appliquer des notions d'algèbre booléenne (A) :

1. Énumérer les règles de l'algèbre de Boole.

Avant d'apprendre à effectuer des conversions entre des bases numériques et des codes (B) :

2. Expliquer sommairement les systèmes de numération.

Avant d'apprendre à établir des tables de vérité d'un circuit (C) :

3. Expliquer les fonctions logiques de base ainsi que leur table de vérité.

Avant d'apprendre à monter des circuits de base (F) :

4. Reconnaître différents composants à partir des codes d'identification.
5. Utiliser une sonde logique.

PROJET SYNTHESE

l'apprenti doit pour un circuit de base choisi (additionneur, codeur, décodeur etc.) :

- Établir sa table de vérité conformément aux conditions de marche et selon les règles prescrites;
- Transposer avec justesse les variables dans le tableau de Karnaugh et réduire les équations des sorties;
- Traduire ces équations en schémas clairs, propres et conformes aux équations de départ;
- Choisir les composants correspondants aux fonctions logiques attendues ;
- Réaliser le montage du circuit choisi avec vérification du fonctionnement qui doit être conforme aux données de départ.

OBJECTIF : N°1 **DURÉE :** 30 min.

- **Objectif poursuivi :** Énumérer les règles de l'algèbre de Boole.

- **Description sommaire du contenu** :

Ce résumé théorique comprend l'énumération des lois, théorèmes et postulats de l'algèbre de Boole.

- **Lieu de l'activité :** Salle de cours.

- **Directives particulières :**

OBJECTIF : N°1 **DURÉE :** 30 min.

I- Les lois de l'algèbre de Boole :

		Lois
Commutativité	L_1	$A \bullet B = B \bullet A$
	L_2	$A + B = B + A$
Associativité	L_3	$(A \bullet B) \bullet C = A \bullet (B \bullet C)$
	L_4	$(A + B) + C = A + (B + C)$
Distributivité	L_5	$A \bullet (B + C) = A \bullet B + A \bullet C$
	L_6	$(A + B) \bullet (A + C) = A + B \bullet C$
Absorption	L_7	$A + (A \bullet B) = A$
	L_8	$A \bullet (A + B) = A$
Expansion	L_9	$(A \bullet B) + (A \bullet \overline{B}) = A$
	L_{10}	$(A + B) \bullet (A + \overline{B}) = A$
De Morgan	L_{11}	$\overline{A \bullet B} = \overline{A} + \overline{B}$
	L_{12}	$\overline{A + B} = \overline{A} \bullet \overline{B}$
	L_{13}	$\overline{\overline{A} + \overline{B}} = A \bullet B$
	L_{14}	$\overline{\overline{A} \bullet \overline{B}} = A + B$
Similitude	L_{15}	$A + \overline{A} \bullet B = A + B$
	L_{16}	$A \bullet (\overline{A} + B) = A \bullet B$

II- Les Théorèmes de l'algèbre de Boole :

	Théorèmes	
Invariance	T_1	$A \bullet 0 = 0$
	T_2	$A + 1 = 1$
Élément neutre	T_3	$A \bullet 1 = A$
	T_4	$A + 0 = A$
Idempotence	T_5	$A \bullet A = A$
	T_6	$A + A = A$
Complémentarité	T_7	$A \bullet \overline{A} = 0$
	T_8	$A + \overline{A} = 1$
Involution	T_9	$\overline{\overline{A}} = A$

III- Postulats de l'algèbre de Boole :

Postulats	
P_1	$0 \bullet 0 = 0$
P_2	$0 \bullet 1 = 1 \bullet 0 = 0$
P_3	$1 \bullet 1 = 1$
P_4	$0 + 0 = 0$
P_5	$1 + 0 = 0 + 1 = 1$
P_6	$1 + 1 = 1$
P_7	$\overline{0} = 1$
P_8	$\overline{1} = 0$

OBJECTIF : N°1 **DURÉE :** 15 min.

- Objectif poursuivi : Énumérer les règles de l'algèbre de Boole.

- Description sommaire de l'activité :

l'apprenti doit : Énumérer les lois, théorèmes et postulats de l'algèbre de Boole avec respect des règles.

- Lieu de l'activité : Salle de cours.

- Liste du matériel requis :

- Directives particulières :

OBJECTIF : N°1 **DURÉE :** 15 min.

---

l'apprenti doit compléter les lois, théorèmes et postulats de l'algèbre de Boole et donner leurs noms ou leurs numéros.

$A+1=$:

$A \bullet 1=$:

$A+0=$:

$A+A=$:

$A+\overline{A}=$:

$A \bullet A=$:

$A \bullet 0=$:

$A \bullet \overline{A}=$:

$1 \bullet 0=$:

$1+1=$:

$1 \bullet 1=$:

$0 \bullet 0=$:

$\overline{0}=$:

$\overline{A+B}=$:

$\overline{\overline{A} \bullet \overline{B}}=$:

$A+\overline{A} \bullet B=$:

$A \bullet \left(\overline{A}+B\right)=$:

$(A+B)\bullet(A+C)=$:

$A+(A\bullet B)=$:

$(A\bullet B)+(A\bullet \overline{B})=$:

$(A+B)\bullet(A+\overline{B})=$:

OBJECTIF : N° A **DURÉE :** 120 min.

- Objectif poursuivi : Appliquer des notions d'algèbre de Boole.

- Description sommaire du contenu :

- Ce résumé théorique montre l'application des notions d'algèbre de Boole pour mettre en équation un problème donné.

- Lieu de l'activité : Salle de cours.

- Directives particulières :

OBJECTIF : N°A **DURÉE :** 120 min.

I- Identités booléennes

1-1 Variables booléennes

Une variable booléenne est une grandeur physique qui ne peut prendre que deux états stables.

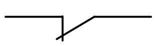
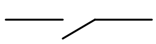
Exemples :

- Appareils de commande : - un interrupteur peut être fermé ou ouvert;
  - un bouton poussoir peut être actionné ou non actionné.
- Récepteurs : - une lampe d’éclairage peut être allumée ou éteinte;
  - un électro-aimant peut être excité ou non excité.

1.2 État logique d’une variable booléenne

Ce sont les deux états stables d’une variable. Par convention, chaque état stable est désigné par un chiffre qui est zéro (0) ou un (1).

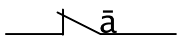
Exemples :

Appareil de commande		Récepteur ou sortie	
Situation	**État logique**	**Situation**	**État logique**
Passant (fermé) 	1	Alimenté	1
Non passant (ouvert) 	0	Non alimenté	0

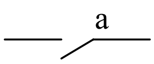
1.3 Identification technologique d'une variable booléenne

Tout contact est repéré par une lettre qui rappelle son appartenance à l'organe qui le commande :
- Bouton poussoir;
- Interrupteur;
- Relais etc.

Par convention la différenciation technologique est traduite :
- Graphiquement par le symbole de la complémentation trait au-dessus de la lettre d'identification pour les contacts à ouverture.
- Numériquement en affectant :
  - Le chiffre 0 au contact à ouverture;
  - Le chiffre 1 au contact à fermeture.



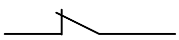
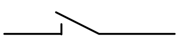
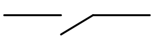
Contact à ouverture : $\bar{a} \Rightarrow 0$ (se lit a barre).



Contact à fermeture : $a \Rightarrow 1$

1.4 Conventions d'affectation des états logiques

Quelle que soit la nature du contact on affecte :
- L'état logique 1 à la continuité du circuit (contact fermé) ;
- L'état logique 0 à la discontinuité du circuit (contact ouvert).

	Situation du circuit	**État logique**
Contact à ouverture au repos 	La continuité électrique est assurée	1
Contact à fermeture au travail		
Contact à ouverture au travail 	La continuité électrique n'est assurée	0
Contact à fermeture au repos 		

II- Constitution générale d'un circuit électrique

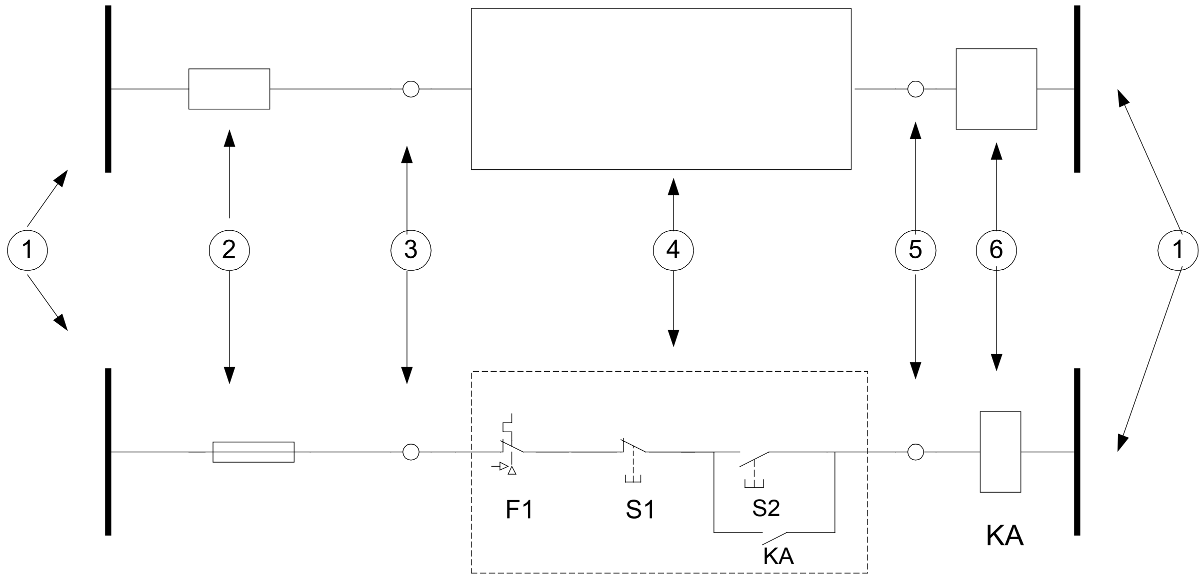


Figure 1

(1) Alimentation;
(2) Organe de protection;
(3) Borne d'entrée du dipôle de commutation;
(4) Dipôle de commutation;
(5) Borne de sotie du dipôle de commutation;
(6) Récepteur ou organe de sortie.

Un dipôle de commutation qui peut comporter :

- Un seul contact;
- Plusieurs contacts en association :
  - Série;
  - Parallèle;
  - Mixte.

est considéré comme une variable booléenne.

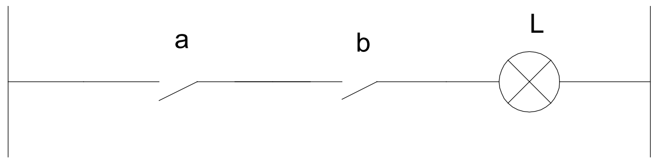
- Le dipôle est passant : la continuité électrique est assurée entre ses bornes d'entrée et de sortie.
- Le dipôle est non passant: le circuit électrique est interrompu entre ses deux bornes.

III- Mise en équation d'un problème

L'équation d'un récepteur (sortie) exprime la relation conditionnelle qui existe entre ce récepteur et les entrées qui le commandent.

Exemples :

1- Soit le schéma à contacts ci-dessous :



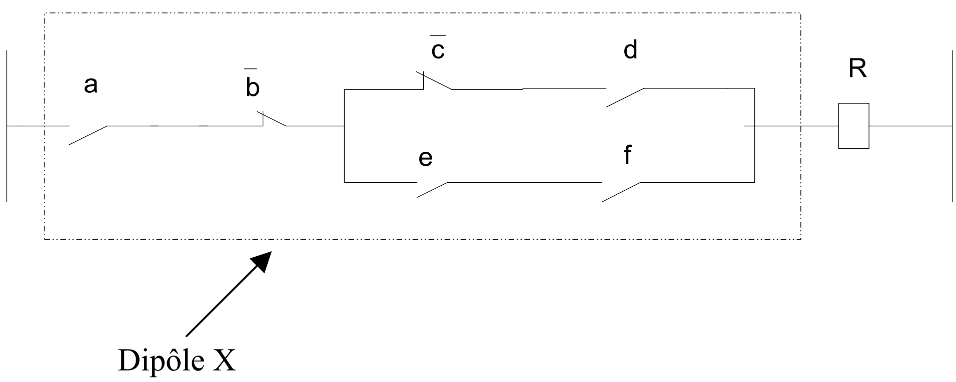
Sortie récepteur : - la lampe (L)
Entrées : - Commutateurs a
- Commutateurs b

La lampe s'allume quand on actionne le commutateur a ET le commutateur b.
On écrit donc : L = a ET b ou encore $\underline{L = a \bullet b}$

2- Soit le schéma à contacts ci-dessous :

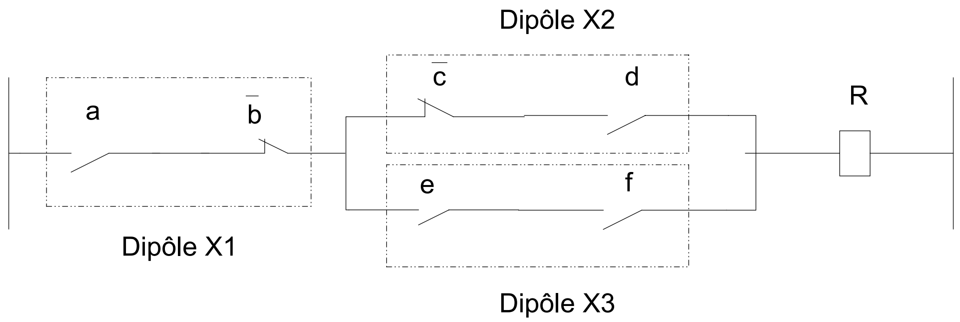
La lampe s'allume quand on actionne le commutateur a OU le commutateur b.
On écrit donc l'équation correspondante : L = a OU b ou encore $\underline{L = a + b}$

3- Soit le schéma à contacts ci-dessous :



Sortie	:	Récepteur R
Entrées	:	a , $\bar{b}$, $\bar{c}$, d, e, f.

Le dipôle X peut se décomposer en trois dipôles élémentaires :



Dont les équations respectives sont :

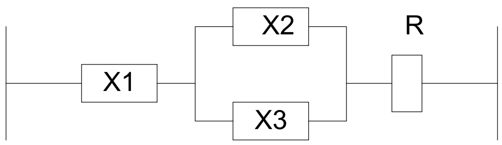
$X_1 = a \bullet \bar{b}$; $X_2 = \bar{c} \bullet d$; $X_3 = e \bullet f$

L'état de la sortie R dépend des états des dipôles X_1, X_2 et X_3

$R = f(X_1, X_2, X_3)$

Chaque dipôle est assimilable à une variable booléenne ou binaire.
Le schéma ci-dessous montre que R est alimenté :

- Quand X_1 est passant.
- ET si X_2 OU si X_3 sont passants.



C'est à dire $R = X_1$ ET (X_2 OU X_3) ou encore $R = X_1 \cdot (X_2 + X_3)$
D'où l'équation de la sortie R en fonction des entrées (a, $\bar{b}$, $\bar{c}$, d, e, f) :

$$\boxed{R = a \bullet \bar{b} \,(\bar{c} \bullet d + e \bullet f)}$$

OBJECTIF : N°2 **DURÉE :** 120 min.

- Objectif poursuivi : Expliquer sommairement le systèmes de numération.

Description sommaire du contenu :

Ce résumé théorique comprend L'explication des différentes bases et codes ainsi que les opérations arithmétiques.

- Lieu de l'activité : Salle de cours.

- Directives particulières :

OBJECTIF : N°2 **DURÉE :** 120 min.

I - Bases :

	Décimal	**Binaire**	**Octal**	**Hexadécimal**
Base	10	2	8	16
Symboles	0 à 9	0 à 1	0 à 7	0 à F
	0	0	0	0
P	1	1	1	1
R	2	10	2	2
O	3	11	3	3
G	4	100	4	4
R	5	101	5	5
E	6	110	6	6
S	7	111	7	7
S	8	1000	10	8
I	9	1001	11	9
O	10	1010	12	A
N	11	1011	13	B
	12	1100	14	C
	13	1101	15	D
	14	1110	16	E
	15	1111	17	F
	16	10000	20	10

II - Opérations arithmétiques avec la base binaire:

2-1 Addition Binaire : Les règles de base sont :

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 0 reporte 1

Exemple :

```
   1 1 1      Reports
   1101        0
+
   1011        1
 ------
  11000        1
```

2-2 Soustraction Binaire : Les règles de base sont

0 - 0 = 0
0 - 1 = 1 Emprunte 1
1 - 0 = 1
1 - 1 = 0

Exemple :

```
        0       Emprunt
      11011        1
  -
        110        1
  ----------------
      10101        0
```

2-3 Multiplication Binaire : Les règles de base sont :

0 * 0 = 0
0 * 1 = 0
1 * 0 = 0
1 * 1 = 1

Exemple :

```
      101
   *
      110
 ----------
      000
     101
    101
 ----------
    11110
```

2-4 Division Binaire : Les règles de base sont :

0 / 0 = Indéterminé
0 / 1 = 0
1 / 0 = Impossible
1 / 1 = 1

Exemple :

```
  1010      /  10
- 10           [101]
  001
- 00
    10
  - 10
    00
```

III - Les codes :

3-1 Code binaire :

Décimal	Binaire
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

3-2 Code B C D : (Binary coded décimal) en français (Décimal codé Binaire)

Décimal	B C D
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Dans ce code les chiffres binaire jusqu'à 9 s'écrivent de la même façon que le binaire naturel, de 4 chiffre précédé des dizaines codés en binaire de 4 chiffres, précédé des centaines codés en binaire de 4 chiffres, précédé des milliers codés en binaire de 4 chiffres et ainsi de suite.

Exemple : $(115)_{10}{}^{2}$

$= (0001\ 0001\ 0101)_{BCD}$

3-3 <u>**Code ASC II**</u> (American standard code for information interchange)

ou code américain pour l'échange d'information : c'est un code alphanumérique qui permet de représenter des chiffres, des lettres ainsi que divers caractères spéciaux. Il traduit ces caractères en langage machine.

D	O	H	C	D	O	H	C	D	O	H	C	D	O	H	C
0	000	00	nul	32	040	20	sp	64	100	40	@	96	140	60	‘
1	001	01	soh	33	041	21	!	65	101	41	A	97	141	61	a
2	002	02	stx	34	042	22	‘‘	66	102	42	B	98	142	62	b
3	003	03	etx	35	043	23	#	67	103	43	C	99	413	63	c
4	004	04	eot	36	044	24	$	68	104	44	D	10	144	64	d
5	005	05	enq	37	045	25	%	69	105	45	E	101	145	65	e
6	006	06	acq	38	046	26	&	70	106	46	F	102	146	66	f
7	007	07	bel	39	047	27	`	71	107	47	G	103	147	67	g
8	010	08	BS	40	050	28	(	72	110	48	H	104	150	68	h
9	011	09	HT	41	051	29	)	73	111	49	I	105	151	69	i
10	012	0A	LF	42	052	2A	*	74	112	4A	J	106	152	6A	j
11	013	0B	VT	43	053	2B	+	75	113	4B	K	107	153	6B	k
12	014	0C	FF	44	054	2C	’	76	114	4C	L	108	154	6C	l
13	015	0D	CR	45	055	2D	-	77	115	4D	M	109	155	6D	m
14	016	0E	SO	46	056	2E	.	78	116	4E	N	110	156	6E	n
15	017	0F	SI	47	057	2F	/	79	117	4F	O	111	157	6F	o
16	020	10	dle	48	060	30	0	80	120	50	P	112	160	70	p
17	021	11	dc1	49	061	31	1	81	121	51	Q	113	161	71	q
18	022	12	dc2	50	062	32	2	82	122	52	R	114	162	72	r
19	023	13	dc3	51	063	33	3	83	123	53	S	115	163	73	s
20	024	14	dc4	52	064	34	4	84	124	54	T	116	164	74	t
21	025	15	nak	53	065	35	5	85	125	55	U	117	165	75	u
22	026	16	syn	54	066	36	6	86	126	56	V	118	166	76	v
23	027	17	etb	55	067	37	7	87	127	57	W	119	167	77	w
24	030	18	can	56	070	38	8	88	130	58	X	120	170	78	x
25	031	19	em	57	071	39	9	89	131	59	Y	121	171	79	y
26	032	1A	sub	58	072	3A	:	90	132	5A	Z	122	172	7A	z
27	033	1B	esc	59	073	3B	;	91	133	5B	[	123	173	7B	{
28	034	1C	fs	60	074	3C	<	92	134	5C	\	124	174	7C	|
29	035	1D	gs	61	075	3D	=	93	135	5D	]	125	175	7D	}
30	036	1E	rs	62	076	3E	>	94	136	5E	^	126	176	7E	~
31	037	1F	us	63	077	3F	?	95	137	5F	-	127	177	7F	del

Colonne C: caractère ASCII ou fonction de contrôle particulière.

Colonne D: décimal.

Colonne O: octal.

Colonne H: hexadécimal.

3-4 **Code Gray** : Code binaire réfléchi, ne peut être utilisé pour les opérations arithmétique.

Nb Décimal	**Binaire**	**Gray**
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

C'est une autre forme de la base binaire.
Un seul bit à la fois change d'état lorsqu'on passe d'un nombre au suivant.

OBJECTIF : N°2 **DURÉE** : 60 min.

- Objectif poursuivi : Expliquer sommairement les systèmes de numération.

- Description sommaire de l'activité :

- l'apprenti doit : Expliquer les systèmes de numération tels que les bases, les codes et les opérations arithmétiques en effectuant les exercices qui suivent.

- Lieu de l'activité : Salle de cours.

- Liste du matériel requis :

- Directives particulières :

OBJECTIF : N°2 **DURÉE :** 60 min.

Exercice 1 :

Donner dans quelles bases sont écrits les nombres suivants :

(10011) :
(AB34) :
(701) :
(613) :
(3D2E) :
(3F) :
(110101) :

Exercice 2 :

Donner le code correspondant à chaque écriture :

$(14)_{10}$ = 01110 :
$(10)_{10}$ = (00010000) :
$(07)_{10}$ = (0100) :
$(03)_{10}$ = (0011) :
$(30)_{10}$ = (r s) :
(= (0101000) :
/ = (0101111) :

Exercice 3 :

Effectuer les opérations arithmétiques suivantes :

0011 + 1101	1101 - 0010	110 * 11	1111/11
10110110 + 1011101	1010111 - 10101	1001 * 1100	100000/110
1110111 + 101101 + 1011	10110101 - 1110101	1001 * 1100	1000010/1011

OBJECTIF : B **DURÉE :** 2h 30 min.

- **Objectif poursuivi :**Effectuer des conversions entre des bases numériques et des codes.

- Description sommaire du contenu :

Ce résumé théorique montre comment effectuer les conversions inter base, inter code, base/code, code/base avec exactitude.

- Lieu de l'activité : Salle de cours.

- Directives particulières :

OBJECTIF : B **DURÉE :** 2h 30min.

I – Conversion entre bases

1-1 Conversion des bases 2, 8 ou 16 en base 10

Pour convertir un nombre de la base 2, 8 ou 16 en nombre de base 10, il suffit de décomposer le nombre en ses quantités et d'en faire la somme.

Exemples :

$$(10110,01)_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$
$$= 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 + 0 \times 0,5 + 1 \times 0,25$$
$$= (22,25)_{10}$$

$$(372,06)_8 = 3 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 2 \times 8^0 + 0 \times 8^{-1} + 6 \times 8^{-2}$$
$$= 3 \times 64 + 7 \times 8 + 2 \times 1 + 0 \times 0,125 + 6 \times 0,015625$$
$$= (250,09375)_{10}$$

$$(FD,2A)_{16} = F \times 16^1 + D \times 16^0 + 2 \times 16^{-1} + A \times 16^{-2}$$
$$= 15 \times 16 + 13 \times 1 + 2 \times 0,0625 + 10 \times 0,00390625$$
$$= (253,1640625)_{10}$$

1-2- Conversion de la base 10 aux bases 2, 8 et 16

Cette conversion se fait en deux parties :
1- La partie entière.
2- La partie fractionnaire.

Exemple 1 : Conversion du nombre 91, 2 en base 2 :

- On traite d'abord la partie entière :

On divise le nombre 91 par 2 successivement. Les restes de la division correspondent aux symboles composant le nombre binaire, le premier reste occupant la position 2^0.

Position	Reste	91/2
2^0	1	45/2
2^1	1	22/2
2^2	0	11/2
2^3	1	5/2
2^4	1	2/2
2^5	0	1/2
2^6	1	0

on l'écrit dans le sens.

$(91)_{10} = (1011011)_2$

On traite après la partie fractionnaire :

0, 4 x 2 =	<u>0</u> , 8
0, 8 x 2 =	<u>1</u>, 6
0, 6 x 2 =	<u>1</u>, 2
0, 2 x 2 =	<u>0</u>, 4
0, 4 x 2 =	<u>0</u>,8

D'où $(0, 4)_{10} = (0, 01100)_2$

<u>Résultat</u> : $(91, 4)_{10} = (1011011, 01100)_2$

<u>Exemple 2</u> : $(459, 3)_{10}$ le convertir en base 8.

* Partie entière :

Position	Reste	459/8
8^0	3	57/8
8^1	1	7/8
8^2	7	0

$(459)_{10} = (713)_8$

* Partie fractionnaire :

0, 3 x 8 =	<u>2</u>, 4
0, 4 x 8 =	<u>3</u>, 2
0, 2 x 8 =	<u>1</u>, 6
0, 6 x 8 =	<u>4</u>, 8

$(0, 3)_{10} = (0, 2314)_8$

<u>Résultat</u> : $(459, 3)_{10} = (713, 2314)_8$

<u>Exemple 3</u> : Conversion du nombre $(751,1)_{10}$ en base 16.

* <u>Partie entière</u> :

Position	Reste	751/16
16^0	15	46/16
16^1	14	2/16
16^2	2	0

$(751)_{10} = (2EF)_{16}$

* <u>Partie fractionnaire</u> :

0, 1 x 16 = <u>1</u>, 6
0, 6 x 16 = <u>9</u>, 6
0, 6 x 16 = <u>9</u>, 6
0, 6 x 16 = <u>9</u>, 6

$(0,1)_{10} = (0,1999)_{16}$

<u>Résultat</u> : $(751,1)_{10} = (2EF,1999)_{16}$

1-3- <u>Conversion de la base binaire à la base octale</u>

On obtient l'équivalent octal du nombre binaire en le partageant en tranche de 3 chiffres de droite à gauche pour la partie entière et de gauche à droite pour la partie fractionnaire, puis en remplaçant chaque tranche par son équivalent octal.

<u>Exemple</u> :

$(011/010/101/110\ ,\ 001/011/100)_2$
$= (3\quad 2\quad 5\quad 6\ ,\ 1\quad 3\quad 4)_8$

- On peut faire l'opération à l'inverse du octal au binaire :

<u>Exemple</u> :

$(2\ 4\ 3,\ 2\ 1)_8$

$(010\ \ 100\ 011,\ \ 010\ 001)_2$

1-4 <u>Conversion de la base 2 à la base 16</u>

On obtient l'équivalent hexadécimale du nombre binaire en le partageant en tranches de 4 chiffres de D à G pour la partie entière et de G à D pour la partie fractionnaire et en remplaçant chaque tranche par son équivalent hexadécimal.

<u>Exemple</u> :

* $(0011/1101/0010/1110 , 1101/0100)_2$
$= (3 \quad D \quad 2 \quad E \; , \; D \quad 4 \;)_{16}$

On peut faire l'opération inverse de la base 16 à la base 2.

<u>Exemple</u> :

$(B\ 3\ 0,\ 1\ A)_{16}$

$(1011 \quad 0011\ 0000, \quad 0001\ 1010)_2$

II- <u>Conversions Intercode</u>

1-1 <u>Conversion du code binaire (naturel) en code de Gray (binaire réfléchi)</u>

Pour chaque chiffre du nombre à transformer, on le transcrit tel que ou bien on le remplace par son complément selon que ce chiffre est précédé d'un 0 ou d'un 1.

<u>Exemple</u> :

Binaire : 001101 0100100

Gray : 01011 110110

2-2 <u>Conversion du code de Gray au code binaire</u>

On part de gauche à droite, on transcrit chaque chiffre tel que ou on le remplace par son complément selon que le chiffre précédent obtenu de l'équipement binaire est un 0 ou un 1.

<u>Exemple</u> :

Gray : 10110 100101100111

Binaire : 011011 0111001000101

OBJECTIF : B **DURÉE :** 120 min.

- Objectif poursuivi : Effectuer des conversions entre des bases numériques et des codes.

- Description sommaire de l'activité :

- l'apprenti doit : Effectuer les conversions interbase, intercode, base / code, code / base avec exactitude en effectuant des exercices.

- Lieu de l'activité : Salle de cours.

- Liste du matériel requis :

- Directives particulières :

OBJECTIF : B **DURÉE :** 120 min.

Exemple 1 : Donner l'équivalent décimale des nombres octaux suivants :

a/ $(72)_8 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
b/ $(1251)_8 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
c/ $(17{,}3)_8 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
d/ $(512{,}65)_8 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$

Exemple 2 : Donner l'équivalent octal des nombres décimaux suivants :

a/ $(96)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_8$
b/ $(19{,}25)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_8$
c/ $(728{,}5)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_8$
d/ $(129)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_8$

Exemple 3 : Donner l'équivalent octal des nombres binaires suivants :

a/ $(11)_2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_8$
b/ $(10110)_2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_8$
c/ $(100011011000{,}1101)_2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_8$
d/ $(11111101101)_2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_8$

Exemple 4 : Trouver l'équivalent binaire des nombre octaux suivants :

a/ $(5)_8 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
b/ $(63)_8 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
c/ $(674)_8 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
d/ $(152)_8 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$

Exemple 5 : Convertir les nombres hexadécimaux suivants en décimale :

a/ $(18)_{16} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
b/ $(A2)_{16} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
c/ $(FEE)_{16} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
d/ $(AC{,}2)_{16} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$

Exemple 6 : Trouver l'équivalent hexadécimale des nombres décimaux suivants :

a/ $(72)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{16}$
b/ $(86{,}31)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{16}$
c/ $(122)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{16}$
d/ $(716{,}40)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{16}$

Exemple 7 : Donner l'équivalent hexadécimale des nombres binaires suivants :

a/ $(101)_2$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{16}$
b/ $(11011)_2$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{16}$
c/ $(101110111{,}1100)_2$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{16}$
d/ $(111101111{,}1011101)_2$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{16}$

Exemple 8 : Donner l'équivalent binaire des nombres hexadécimaux suivants :

a/ $(18)_{16}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
b/ $(A2)_{16}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
c/ $(CAFE)_{16}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
d/ $(A25{,}5E)_{16}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$

Exemple 9 : Donner l'équivalent BCD des nombres décimaux suivants :

a/ $(8)_{10}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{BCD}$
b/ $(17)_{10}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{BCD}$
c/ $(128)_{10}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{BCD}$
d/ $(92)_{10}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{BCD}$

Exemple 10 : Trouver l'équivalent décimale des codes BCD suivants :

a/ $(101)_{BCD}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
b/ $(110100)_{BCD}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
c/ $(10100110111)_{BCD}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
d/ $(1000100111)_{BCD}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$

Exemple 11 : Donner l'équivalent en code Gray des nombres binaires suivants :

a/ $(11)_2$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{Gray}$
b/ $(1011)_2$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{Gray}$
c/ $(10111)_2$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{Gray}$
d/ $(11111011101)_2$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{Gray}$

Exemple 12 : Donner l'équivalent binaire des codes Gray suivants :

a/ $(11)_{Gray}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
b/ $(1011)_{Gray}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
c/ $(10111)_{Gray}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
d/ $(110110)_{Gray}$ = $(\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$

Exemple 13 : Faites la conversion binaire – décimale des nombres fractionnaires suivants :

a/ $(1,1)_2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
b/ $(10,1011)_2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
c/ $(111,111101)_2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$
d/ $(1011,00101)_2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_{10}$

Exemple 14 : Faites la conversions décimal – binaire des nombres suivants :

a/ $(12,5)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
b/ $(154,75)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
c/ $(26)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$
d/ $(172,125)_{10} = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)_2$

OBJECTIF : N°3 **DURÉE :** 1H 30min.

- Objectif poursuivi : Expliquer les fonctions logiques de base ainsi que leur table de vérité.

- Description sommaire du contenu :

Ce résumé théorique comprend l'explication des fonctions de base telles que les fonctions OUI, ET, OU, NON, OU EXCUSIF, NON ET, NON OU, la symbolisation utilisée, le tableau des combinaisons ainsi que les tables de vérités.

- Lieu de l'activité : Salle de cours.

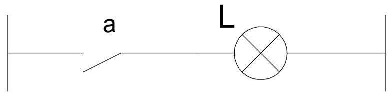
- Directives particulières :

OBJECTIF : N°3 **DURÉE :** 1H 30 min.

I- Principales fonctions logiques

1-1- Fonction Égalité « OUI »

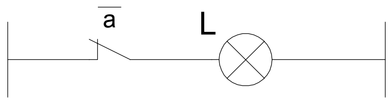
Soit le schéma à contacts suivant :



La lampe est à l'état 1 (allumée) si, et seulement si, a est à l'état 1 (fermé).
On écrit : F = a
Conclusion : La sortie est à l'état 1 si, et seulement si l'entrée est à l'état 1.

1-2- Fonction inverse « NON »

Soit le schéma à contacts suivant :

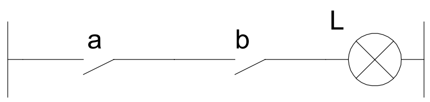


La lampe L est à l'état 1 (allumé) si, et seulement si, il n'y a pas d'action sur la variable $\overline{a}$ (donc fermé).
On écrit : F = $\overline{a}$

Conclusion : La sortie est à l'état 1 si, et seulement si, l'entrée est à l'état 0.

1-3- Fonction produit logique « ET »

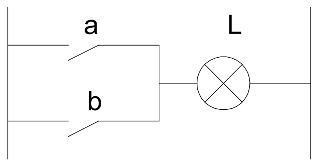
Soit le schéma à contacts suivant :



La lampe L est à l'état 1 (allumé) si, et seulement si, a ET b sont à l'état 1 (fermés).
On écrit : F = $a \bullet b$
Conclusion : La sortie est à l'état 1 si, et seulement si, toutes les entrées sont à l'état1.

1-4- Fonction somme logique « OU »

Soit le schéma à contacts suivant :

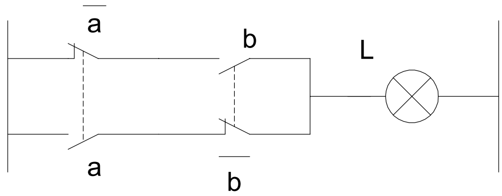


La lampe L est à l'état 1 (allumé) si , et seulement si, a OU b sont à l'état 1(fermé).
On écrit : F = a + b

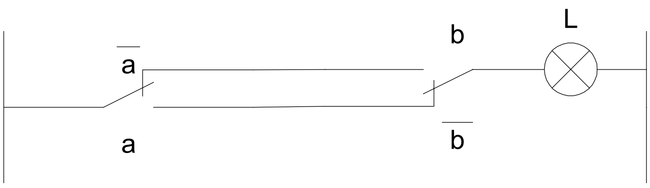
Conclusion : La sortie est à l'état 1 si, et seulement si, une ou plusieurs entrées sont à l'état 1.

1-5- Fonction « OU EXCLUSIF »

Soit le schéma à contacts suivant :



ou encore :



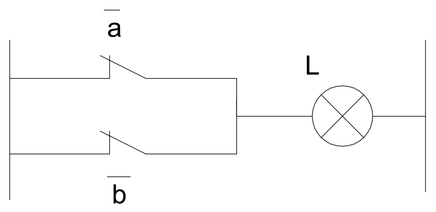
C'est le schéma d'un montage « va et vient »

La lampe L est à l'état 1 (allumé) si, et seulement si, il y a une action sur a ou sur b .
On écrit : F = $a \oplus b$

Conclusion : La sortie est à l'état 1 si, et seulement si, une seule entrée est à l'état 1.

1-6- **Fonction « NON ET (NAND) »**

Soit le schéma à contacts suivant :

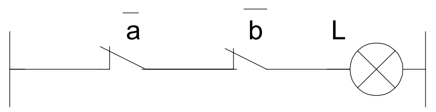


La lampe L est à l'état 0 (éteinte) si, et seulement si, les deux variables $\overline{a}$ et $\overline{b}$ sont à l'état 1 (actionnées).

Conclusion : La sortie est à l'état 0 si, et seulement si, toutes les entrées sont à l'état 1.

1-7- **Fonction « NON OU (NOR) »**

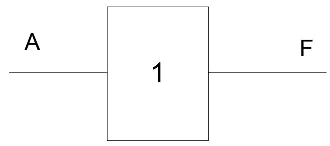
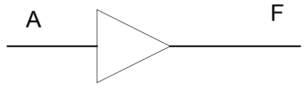
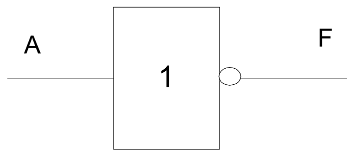
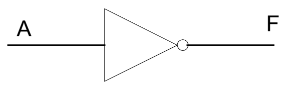
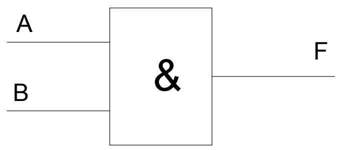
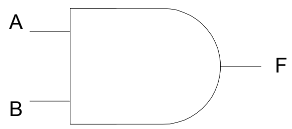
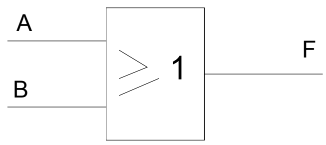
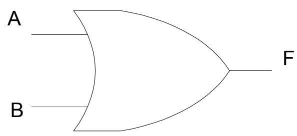
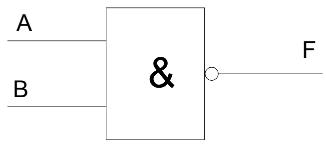
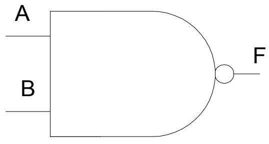
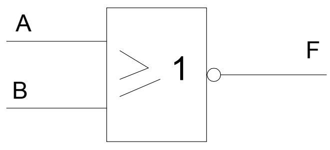
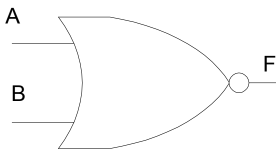
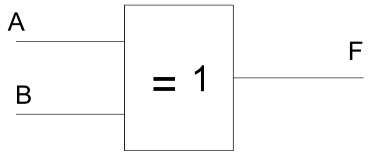
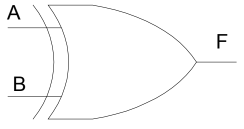
Soit le schéma à contacts suivant :



La lampe L est à l'état 1 si, et seulement si, les deux variables $\overline{a}$ et $\overline{b}$ sont à l'état 0 (non actionnées).

Conclusion : La sortie est à l'état 1 si, et seulement si, toutes les entrées sont à l'état 0.

II- Symbolisation

Fonction	Symboles NFC03-212	Symboles Américain
OUI : $F = A$		
NON : $F = \overline{A}$		
ET : $F = A \bullet B$ (AND)		
OU : $F = A + B$ (OR)		
NON ET : $F = \overline{A \bullet B}$ (NAND)		
NON OU : $F = \overline{A + B}$ (NOR)		
OU exclusif : $F = A \oplus B$		

III- Tableau des combinaisons

Une fonction F peut dépendre de n variables d'entrées.

⇨ 2^n combinaisons possibles de ces n variables d'entrées.

On peut construire un tableau de ces combinaisons comportant autant de colonnes que de variables d'entrées et autant de lignes que de combinaisons.

Pour le remplir, il suffit d'écrire pour chaque ligne l'équivalent binaire des nombres décimaux à compter de 0 à $(2^n - 1)$.

Exemple :

a) 2 variables A et B ⇨ $2^2 = 4$ combinaisons à compter de 0 à 3.

A	B	
0	0	→ L'équivalent binaire de 0
0	1	→ L'équivalent binaire de 1
1	0	→ L'équivalent binaire de 2
1	1	→ L'équivalent binaire de 3

b) 3 variables A, B et C ⇨ $2^3 = 8$ combinaisons à compter de 0 à 7.

	A	B	C
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

IV- Tables de vérité

On appelle table de vérité, un tableau qui indique pour chacune des combinaisons possibles des variables d'entrée la valeur de la variable de sortie.

Exemples :

A/ Fonction OUI :

A	F
0	0
1	1

B/ Fonction NON :

F	A
0	1
1	0

C/ Fonction ET à 2 variables :

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

D/ Fonction OU à 2 variables :

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

E/ Fonction OU EXCLUSIF à 2 variables :

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

F/ Fonction NON ET à 2 variables :

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

G/ Fonction NON OU à 2 variables :

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

OBJECTIF : N°3 **DURÉE :** 60 min.

- Objectif poursuivi : Expliquer les fonctions logiques de base ainsi que leur table de vérité.

- Description sommaire de l'activité :

- l'apprenti doit : réaliser de schémas à contacts pour expliquer les fonctions de base telles que OUI, NON, ET, OU, OU exclusif, NON ET, NON OU et établir le tableau des combinaisons ainsi que leur table de vérité.

- Lieu de l'activité : Atelier d'Électricité.

- Liste du matériel requis :

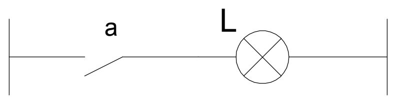
- 2 commutateurs va et vient C6;
- Une lampe 220V, 60W;
- Une source d'alimentation 220V AC;
- 2 interrupteurs C1.

- Directives particulières : - Le travail se fait en équipe de 2 apprentis pour l'exercice 4.

OBJECTIF : N°3 **DURÉE :** 60 min.

Exercice 1 :

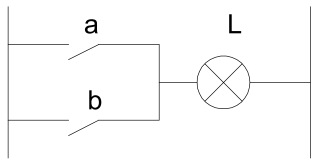
Soit le schéma à contacts suivant :



1. Réaliser le montage.
2. Distinguer les entrées et les sorties de ce montage.
3. Dresser le tableau de combinaisons correspondant.
4. Réaliser chacune de ces combinaisons et noter l'état de la sortie.
5. Dresser donc la table de vérité correspondante.

Exercice 2 :

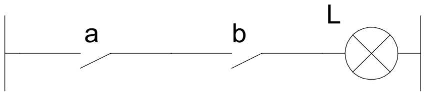
Soit le schéma à contacts suivant :



Mêmes questions que l'exercice 1.

Exercice 3 :

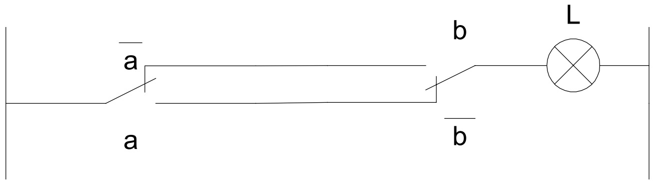
Soit le schéma à contacts suivant :



Mêmes questions que l'exercice 1.

Exercice 4 :

Soit le schéma à contacts suivant :



Mêmes questions que l'exercice 1.

OBJECTIF : C **DURÉE :** 1h 30min.

- Objectif poursuivi : Établir les tables de vérité d'un circuit**.**

- Description sommaire du contenu :

Ce résumé théorique permet a l'apprenti de construire selon les règles prescrites les tables de vérité d'un circuit avec exactitude des résultats et d'établir les équations logiques correspondantes.

- Lieu de l'activité : Salle de cours .

- Directives particulières :

OBJECTIF : C **DURÉE :** 1h 30 min.

I –Règles de construction

La table de vérité est une compilation, sous forme de tableau, de tous les états logiques de la sortie en fonction des états logiques des entrées.

Les étapes à suivre pour construire une table de vérité :

- Écrire, sur une première ligne, le nom des variables d'entrées et celui de variable de sortie;
- Diviser le tableau en un nombre de colonnes égal au total des entrées et de la sortie;
- Déterminer le nombre de combinaisons possibles à l'aide des variables d'entrée : soit $2^{\text{nombre d'entrée}}$
- Tracer des lignes horizontales en un nombre égal au nombre de combinaisons possibles;
- Remplir chaque ligne par une combinaisons possible des variables d'entrée : ça revient à compter en binaire de 0 à $(2^n - 1)$;
- Inscrire, dans la colonne « sortie », la valeur de la fonction pour chaque combinaison.

Exemple : Soit $S = A \bullet B + B \bullet C \Rightarrow$ table de vérité à 3 variables d'entrée.

A	**B**	**C**	**S**
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

II- Écriture d'une équation à partir d'une table de vérité

Il existe 2 méthodes :

2-1 Produit de sommes :

On considère les lignes de la table de vérité dont la sortie est à l'état logique « 0 » sous forme d'une somme logique « OU ».
Les parties d'équation ainsi obtenues peuvent être réunies par le produit logique « ET ».

Exemples :

1- Soit la table de vérité suivante à 2 variables :

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

1^E ligne : $(A+B)$

4^e ligne : $(\overline{A}+\overline{B})$

⇨ équation : $S=(\overline{A}+\overline{B})\bullet(A+B)$

2- Soit la table de vérité suivant à 3 variables :

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

2^e ligne : $(A+B+\overline{C})$

4^e ligne : $(A+\overline{B}+\overline{C})$

7^e ligne : $(\overline{A}+\overline{B}+C)$

⇨ équation :

$S=(\overline{A}+\overline{B}+C)\bullet(A+\overline{B}+\overline{C})\bullet(A+B+\overline{C})$

Remarque :

Variable = 1 ⇨ $\overline{\text{Variable}}$
Variable = 0 ⇨ Variable

2-2 Somme de produits :

On considère les lignes de la table de vérité dont la sortie est à l'état logique « 1 » sous forme d'un produit logique « ET ».
Les parties d'équation ainsi obtenues peuvent être réunies par la somme logique « OU ».

Exemples :

1.

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

2^e ligne : $(\overline{A}\bullet B)$

3^e ligne : $(A\bullet\overline{B})$

⇨ L'équation : $S=(\overline{A}\bullet B)+(A\cdot\overline{B})$

2.

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

→ 1^e^ligne : $\left(\overline{A}\bullet\overline{B}\bullet\overline{C}\right)$

→ 3^e^ligne : $\left(\overline{A}\bullet B\bullet\overline{C}\right)$

→ 5^e^ligne : $\left(A\bullet\overline{B}\bullet\overline{C}\right)$

→ 6^e^ligne : $\left(A\bullet\overline{B}\bullet C\right)$

→ 8^e^ligne : $\left(A\bullet B\bullet C\right)$

$\Longrightarrow$ l'équation :

$$S=\left(\overline{A}\bullet\overline{B}\bullet\overline{C}\right)+\left(\overline{A}\bullet B\bullet\overline{C}\right)+\left(A\bullet\overline{B}\bullet\overline{C}\right)+\left(A\bullet\overline{B}\bullet C\right)+\left(A\bullet B\bullet C\right)$$

III <u>Équivalence entre le résultat d'un produit de sommes est égal à celui d'une somme de produits</u>

Le résultat d'un produit de sommes est égal à celui d'une somme de produits.

<u>Exemple</u> :

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Somme de produits $\Longrightarrow$ $S=\overline{A}\bullet B+A\bullet B$ (1)

Produit de sommes $\Longrightarrow$ $S=\left(A+B\right)\bullet\left(\overline{A}+B\right)$ (2)

Preuve de l'égalité de ces deux équations (1) et (2) :

(1) $\Longrightarrow$ $S=\overline{A}\bullet B+A\bullet B$

$=\left(\overline{A}+A\right)\bullet B$ (Distributivité L_5)

$=1\bullet B$ (T_8 : Complémentarité)

$=$ B (T_3 : Élément neutre)

<u>ou bien</u> : $S=\overline{A}\bullet B+A\bullet B$

$=$ B (L_9 : Expansion)

(2) $\Longrightarrow$ $S = (A + B) \bullet (\overline{A} + B)$

$= B$ (L_{10} : Expansion)

ou bien :

$S = (A + B) \bullet (\overline{A} + B)$

$= A \bullet \overline{A} + A \bullet B + \overline{A} \bullet B + B \bullet B$ (Distributivité L_6)

$= 0 + A \bullet B + \overline{A} \bullet B + B$ (T_7, T_5)

$= B + B$ (L_9 : Expansion)

$= B$ (T_6 : Idempotence)

OBJECTIF : C **DURÉE :** 60 min.

- Objectif poursuivi : Établir de tables de vérité d'un circuit.

- Description sommaire de l'activité :

- l'apprenti doit construire selon des règles prescrites les tables de vérité d'un circuit, et d'établir les équations logiques correspondantes avec exactitude des résultat en effectuant les exercices qui suivent.

- Lieu de l'activité : Salle de cours.

- Liste du matériel requis :

- Directives particulières :

OBJECTIF : C **DURÉE :** 60 min.

Exercice 1

Construire les tables de vérité des équations suivantes :

a) $S = A \bullet \overline{B}$ b) $S = \overline{A} + B$

c) $S = \overline{A} \bullet \left(B + C \right)$ d) $S = A + \left(\overline{B} \bullet \overline{C} \right)$

Exercice 2

A partir des tables de vérité suivantes, écrire l'équation à l'aide de la méthode de la somme de produits et celle du produit de sommes.

a)

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Somme de produits :

Produit de sommes :

b)

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Somme de produits :

Produit de sommes :

c)

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Somme de produits :

Produit de sommes :

Exercice 3

A partir de la description du circuit, établir la table de vérité correspondante et établir son équation logique en choisissant le type d'écriture (S. O. P. ou P. OS.)

a) Une lampe éclaire si on agit sur un bouton poussoir A ou si on agit sur un bouton poussoir B. Elle n'éclaire pas s'il n'y a pas d'action ni sur A ni sur B, ou s'il y a action à la fois sur A et sur B.

b) Une perceuse peut fonctionner (c-à-d que l'on peut mettre son moteur en marche) dans les seuls cas suivants :

- S'il y a une pièce, dans un étau et si cet étau est serré.
- S'il n'y a pas de pièce, étau serré ou non.

c) Le système de commande de l'ouverture de la porte du garage d'un hôtel :

- Pour l'entrée dans le garage : avec l'autorisation d'entrée délivrée depuis son bureau, par le réceptionniste et la demande de l'accès du client, le système d'ouverture de la porte est actionné.
- Pour la sortie du garage : seul la demande de sortie du client est nécessaire pour ouvrir la porte.

OBJECTIF : D **DURÉE :** 4 H

- Objectif poursuivi : Réduire des équations par la méthode de Karnaugh.

- Description sommaire de l'activité :

- l'apprenti doit : réduire des équations logiques par la méthode de Karnaugh en utilisant un regroupement optimal des variables.

- Lieu de l'activité : Salle de cours.

- Liste du matériel requis :

- Directives particulières :

OBJECTIF : D **DURÉE :** 4 H

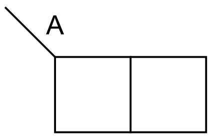
I- Transposition d'une équation logique dans un diagramme de Karnaugh

1-1 Diagramme de Karnaugh

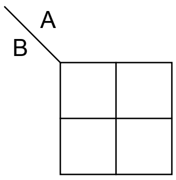
C'est un diagramme qui reprend les indications de la table de vérité pour les mettre sous une autre forme. Le nombre de cases est égal au nombre de lignes de la table de vérité, ou encore au nombre de combinaisons des variables d'entrée.

Exemples :

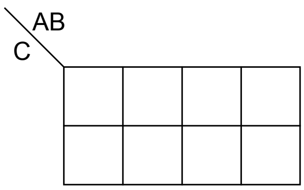
a) 1 variable d'entrée A $\Rightarrow$ 2^1 combinaisons = 2 cases.



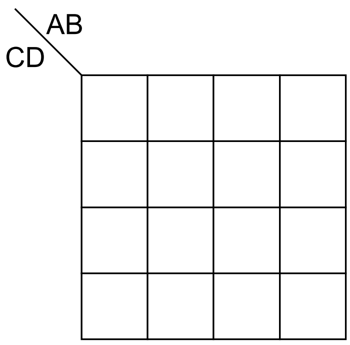
b) 2 variables d'entrée A et B $\Rightarrow$ 2^2 combinaisons = 4 cases.



c) 3 variables d'entrée A, B, et C $\Rightarrow$ 2^3 combinaisons = 8 cases.



d) 4 variables d'entrée A. B. C. et D $\Rightarrow$ 2^4 combinaisons = 16 cases.



1-2 Disposition des combinaisons à l'intérieur du diagramme de Karnaugh

Pour pouvoir simplifier par suite l'équation à partir du diagramme de Karnaugh, il faut qu'une seule variable change d'état pour deux cases adjacentes. On utilise donc le code Gray au lieu du code binaire.

Exemples :

1.

	A	B	S
1-	0	0	
2-	0	1	
3-	1	0	
4-	1	1	

B \ A	0	1
0	(1) 00 $\overline{A}\,\overline{B}$	(3) 10 $A\overline{B}$
1	(2) 01 $\overline{A}B$	(4) 11 AB

2.

	A	B	C	S
1-	0	0	0	
2-	0	0	1	
3-	0	1	0	
4-	0	1	1	
5-	1	0	0	
6-	1	0	1	
7-	1	1	0	
8-	1	1	1	

C \ AB	00	01	11	10
0	(1) 000 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$	(3) 010 $\overline{A}B\overline{C}$	(7) 110 $AB\overline{C}$	(5) 100 $A\overline{B}\,\overline{C}$
1	(2) 001 $\overline{A}\,\overline{B}C$	(4) 011 $\overline{A}BC$	(8) 111 ABC	(6) 101 $A\overline{B}C$

3.

	A	B	C	D	S
1-	0	0	0	0	
2-	0	0	0	1	
3-	0	0	1	0	
4-	0	0	1	1	
5-	0	1	0	0	
6-	0	1	0	1	
7-	0	1	1	0	
8-	0	1	1	1	
9-	1	0	0	0	
10-	1	0	0	1	
11-	1	0	1	0	
12-	1	0	1	1	
13-	1	1	0	0	
14-	1	1	0	1	
15-	1	1	1	0	
16-	1	1	1	1	

CD \ AB	00	01	11	10
00	(1) 0000 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$	(5) 0100 $\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}$	(13) 1100 $AB\overline{C}\,\overline{D}$	(9) 1000 $A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$
01	(2) 0001 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D$	(6) 0101 $\overline{A}B\overline{C}D$	(14) 1101 $AB\overline{C}D$	(10) 1001 $A\overline{B}\,\overline{C}D$
11	(4) 0011 $\overline{A}\,\overline{B}CD$	(8) 0111 $\overline{A}BCD$	(16) 1111 $ABCD$	(12) 1011 $A\overline{B}CD$
10	(3) 0010 $\overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}$	(7) 0110 $\overline{A}BC\overline{D}$	(15) 1110 $ABC\overline{D}$	(11) 1010 $A\overline{B}C\overline{D}$

1-3 Transposition d'une équation logique dans un diagramme de Karnaugh

Exemples :

a/ Soit l'équation : $S = A + B$

- Table de vérité

	A	B	S
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	1

- Diagramme de Karnaugh

B \ A	0	1
0	[1] 0	[3] 1
1	[2] 1	[4] 1

b/ Soit l'équation : $S = A \bullet \overline{C} + B \bullet \overline{C}$

- Table de vérité

	A	B	C	S
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	1
4	0	1	1	0
5	1	0	0	1
6	1	0	1	0
7	1	1	0	1
8	1	1	1	0

- Diagramme de Karnaugh

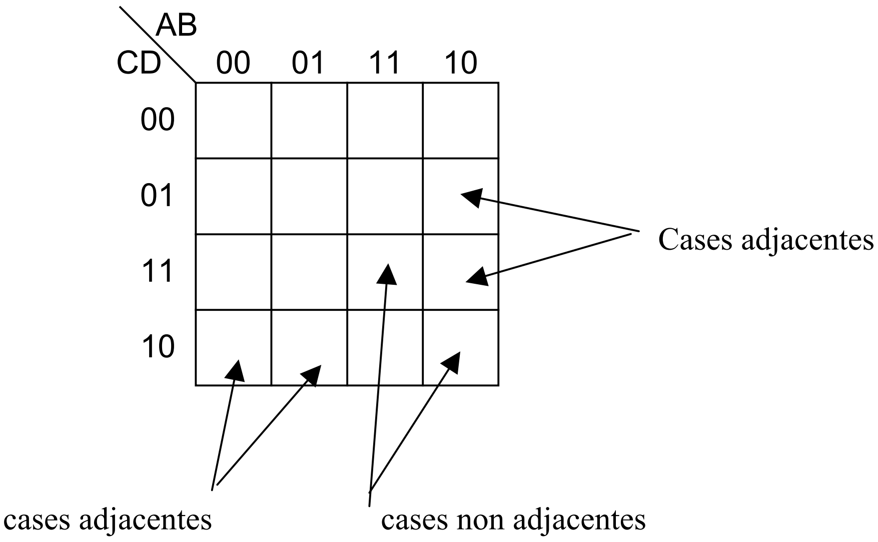
C \ AB	00	01	11	10
0	[1] 0	[3] 1	[7] 1	[5] 1
1	[2] 0	[4] 0	[8] 0	[6] 0

II – Simplification d'une équation par le diagramme de Karnaugh

2.1 Cases adjacentes

Deux cases sont adjacentes lorsqu'elles sont situées côte à côte, que ce soit à l'horizontale ou à la verticale. De plus, une seule variable doit changer d'état pour que deux cases soient considérées comme adjacentes.

<u>Exemples :</u>



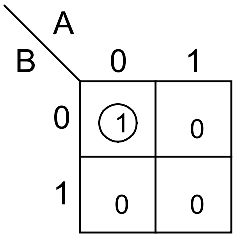
2.2 Règles de regroupement

Le regroupement des cases adjacentes permet de réduire une équation logique le plus simplement possible. Pour ce faire, certaines règles doivent être respectées :

<u>Règle 1</u> : Le regroupement des cases adjacentes doit se faire par puissance de deux : $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots (1, 2, 4, 8 \dots)$

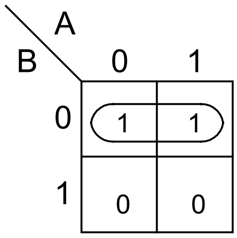
<u>Exemples :</u>

a)



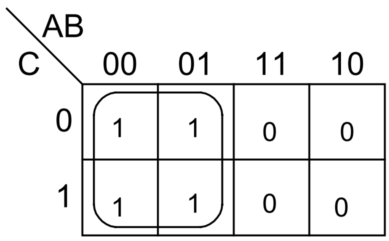
case unique

b)



groupement de deux

c)



groupement de quatre

d)

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

groupement de huit

<u>Règle 2</u> : Les cases appartenant au même groupement doivent avoir la même valeur binaire de la variable de sortie. (voir les exemples précédents).

<u>Règle 3</u> : La longue et la hauteur des groupement doivent être des puissances de deux.

<u>Exemple</u> :

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	0	0	0
11	1	0	1	1
10	1	0	1	1

2^2 ou 4

2^0 ou 1 2^1 ou 2

Règles 4 : Les regroupements de quatre casses ou plus doivent être disposés symétriquement par rapport à l'un des axes du diagramme.

Exemples :

A faire

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

A ne pas faire

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	1	1	1
11	0	1	1	0
10	0	0	0	0

Règles 5 : Les cases des extrémités de gauche peuvent être regroupées avec celles de droite, avec celles des bords haut ou encore avec celles du bas.

Exemples :

a)

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	1	1

b)

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

Règle 6 : Les quatre cases des 4 coins d'un diagramme de Karnaugh peuvent être regroupées.

Exemples :

A faire

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

A ne pas faire

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	1

III –Écriture des équations à partir de regroupement

A/ Somme de produits

Chaque regroupement de 1 donne le produit logique des variables d'entrée qui n'ont pas changé d'état. L'ensemble de ces regroupements est une somme logique.

Règle : B = 1 $\Longrightarrow$ On la représente par B ;
B = 0 $\Longrightarrow$ On la représente par $\overline{B}$.

Exemples :
a)

groupement 2

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	1	0	0	0

groupement 1

groupement 3

Groupement 1 : A et B changent d'état

C = 0 et D = 1 ne changent pas d'état ⟹ L'équation du groupement : $\overline{C}\bullet D$

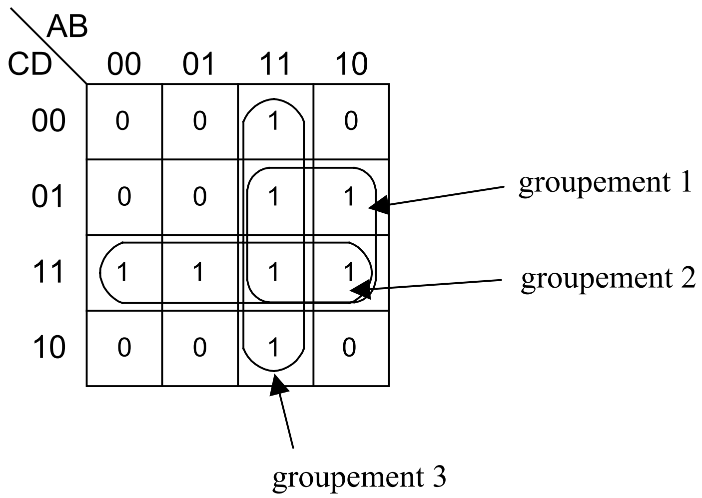
Groupement 2 : A et D changent d'état

B = 1 et C = 0 ne changent pas d'état ⟹ L'équation du groupement : $B\bullet\overline{C}$

Groupement 3 : A = 0, B = 0, C = 1 et D = 0
ne change pas d'état ⟹ L'équation du groupement :
$\overline{A}\bullet\overline{B}\bullet C\bullet\overline{D}$

D'où l'équation finale : $S=\overline{C}\bullet D+B\bullet\overline{C}+\overline{A}\bullet\overline{B}\bullet C\bullet\overline{D}$

b)



Groupement 1 : $A\bullet D$

Groupement 2 : $C\bullet D$

Groupement 3 : $A\bullet B$

⟹ $S=A\bullet D+C\bullet D+A\bullet B$

B/ Produit de sommes

Chaque regroupement de 0 donne la somme logique des variables d'entrée qui n'ont pas changé d'état. L'ensemble de ces regroupements est un produit logique.

Règle : B = 1 $\Longrightarrow$ On la représente par $\overline{B}$;
B = 0 $\Longrightarrow$ On le représente par B.

Exemples :

a/

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	1
10	0	1	0	1

groupement 1 groupement 2

Groupement 1 : A, B ne changent pas d'état (A = 0, B = 0)
C et D changent d'état
$\Longrightarrow$ L'équation du groupement : $A+B$

Groupement 2 : A, B ne changent pas l'état (A = 1, B = 1)
C et D changent
$\Longrightarrow$ L'équation du groupement : $\overline{A}+\overline{B}$

D'où l'équation finale : $S=(A+B)\bullet(\overline{A}+\overline{B})$

b/

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	0	0	1

<u>Un seul groupement</u> : A change d'état

B, C et D ne changent pas d'état
(B = 1, C = 1, D = 0)

$\Rightarrow$ L'équation ~~du~~ groupement : $\overline{B}+\overline{C}+D$

D'où l'équation finale : $S=\overline{B}+\overline{C}+D$